

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН»

*На правах рукописи*

**Манилюк Юрий Владимирович**

**СЕЙШЕВЫЕ И СГОННО-НАГОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ  
В ЧЕРНОМ И АЗОВСКОМ МОРЯХ**

Специальность 1.6.17 – океанология

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук  
Фомин Владимир Владимирович

Севастополь – 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
РАЗДЕЛ 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.....	25
1.1 Обзор публикаций о сейшевых колебаниях уровня моря в Азово-Черноморском бассейне.....	25
1.1.1 Сейши Азовского моря.....	25
1.1.2 Сейши Черного моря.....	27
1.1.3 Сейши в Севастопольской и Карантинной бухтах.....	28
1.2 Обзор публикаций о сгонно-нагонных колебаниях уровня моря в Азово-Черноморском бассейне.....	39
1.2.1 Сгонно-нагонные колебания в Черном море.....	39
1.2.2 Сгонно-нагонные колебания в Азовском море.....	40
1.3 Используемые математические модели.....	43
1.3.1 Численная гидродинамическая модель для исследования отклика уровня моря на возмущения, вызываемые прохождением циклонов.....	43
1.3.2 Численная гидродинамическая модель для расчета параметров собственных колебаний уровня моря .....	50
1.3.3 Численная гидродинамическая модель ADCIRC для исследования длинноволновой динамики в прибрежной зоне.....	63
Выводы к разделу 1 .....	64
РАЗДЕЛ 2. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ ЧЕРНОГО И АЗОВСКОГО МОРЕЙ.....	65
2.1 Постановка задачи и метод решения.....	65
2.2 Собственные колебания уровня Черного моря.....	66
2.2.1 Периоды и пространственная структура собственных колебаний уровня Черного моря.....	66
2.2.2 Оценка вклада отдельных мод собственных колебаний в формировании волновой картины в прибрежных пунктах Черного моря.....	74

2.3 Собственные колебания уровня Азовского моря.....	76
2.3.1 Периоды и пространственная структура собственных колебаний уровня Азовского моря.....	76
2.3.2 Оценка вклада отдельных мод собственных колебаний в формировании волновой картины в прибрежных пунктах Азовского моря.....	84
Выводы к разделу 2.....	86
<b>РАЗДЕЛ 3. СГОННО-НАГОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ В ЧЕРНОМ И АЗОВСКОМ МОРЯХ, ВЫЗВАННЫЕ ПРОХОЖДЕНИЕМ АТМОСФЕРНЫХ ЦИКЛОНОВ.....</b>	<b>88</b>
3.1 Постановка задачи и метод решения.....	88
3.2 Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Черном море.....	89
3.2.1 Параметры математической модели и описание численных экспериментов.....	89
3.2.2 Зависимость величин сгонно-нагонных колебаний в Черном море от параметров циклонов.....	89
3.2.3 Характерные типы сгонно-нагонных колебаний в северной и северо- западной частях Черного моря.....	96
3.3 Математическое моделирование сгонно-нагонных и сейшевых колебаний в Азовском море.....	97
3.3.1 Влияние скорости движения барического образования на величину колебаний уровня.....	97
3.3.2 Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море.....	100
3.3.2.1 Параметры математической модели и описание численных экспериментов.....	100
3.3.2.2 Влияние скорости и направления перемещения циклонов на максимальные величины сгонов и нагонов для прибрежных пунктов Азовского моря по данным численного моделирования.....	102

3.4 Сейши Азовского моря, вызываемые прохождением типичных для данного региона циклонов.....	107
Выводы к разделу 3.....	110
<b>РАЗДЕЛ 4. СЕЙШЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ МОРЯ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ БУХТ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ РАЗНЫМИ ТИПАМИ ВОЗМУЩЕНИЙ.....</b>	
4.1 Особенности сейшевых колебаний в бухтах.....	113
4.2 Моделирование отклика двух смежных бухт на начальное возмущение, вызванное подвижкой дна моря.....	114
4.2.1 Параметры численной модели и описание численных экспериментов.....	114
4.2.2 Влияние масштаба области возмущения на генерацию сейшевых колебаний в смежных бухтах.....	118
4.2.3 Взаимное влияние смежных бухт друг на друга.....	124
4.3 Сейшевые колебания в системе севастопольских бухт.....	125
4.3.1 Оценка периодов собственных колебаний уровня севастопольских бухт с помощью аналитических моделей.....	125
4.3.2 Параметры численной модели и описание численных экспериментов.....	127
4.3.3 Периоды сейшевых колебаний в севастопольских бухтах.....	129
4.3.4 Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт.....	132
Выводы к разделу 4.....	144
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>146</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>150</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А.....</b>	<b>165</b>

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Россия на юго-западе имеет выход только к двум морям – Черному и Азовскому. В них осуществляется разнообразная хозяйственная деятельность: грузовое и пассажирское судоходство, рыболовство, добыча полезных ископаемых. В Черном море базируется Черноморский флот Российской Федерации. В прибрежной зоне указанных морей имеется большое количество заливов и бухт, в которых расположены порты. Существенный вклад в формирование гидрологических режимов в этих водоемах вносят сейши и сгонно-нагонные колебания.

Сейшевые колебания являются одним из самых распространенных явлений, наблюдающихся в ограниченных водоемах. Причин, вызывающих сейши множество. К ним относятся: неравномерное распределение атмосферного давления над акваторией или его периодическое изменение во времени; действие ветра на водную поверхность; резкое повышение или понижение уровня в какой-либо части водоема за счет притока или оттока речных вод, выпадения дождя или града; сейсмические колебания земной коры [Океанографическая энциклопедия, 1980]. В некоторых случаях сейши возникают в результате совместного действия этих факторов. Сейшевые колебания уровня неизменно сопровождаются сейшевыми течениями, осуществляющими перенос и перемешивание вод и в связи с этим нередко оказывают заметное влияние на формирование водных масс со специфическими чертами химического и биологического состава или термического режима [Судольский, 1991]. Кроме этого, сейши могут вызывать значительный подъем уровня жидкости в прибрежной зоне бассейна и приводить к наводнениям. По данным наблюдений [Волкова и др., 1978] размахи колебаний уровня Азовского моря могут достигать в Ейске, Геническе, Приморско-Ахтарске 50 см, в Таганроге – 70 см. Это, учитывая мелководность моря и пологость береговой черты, может представлять определенную опасность для жизнедеятельности людей в прибрежной зоне. Амплитуды сейш в

Черном море обычно не превышают 5–10 см. Но в Хорлах, Евпатории, Поти их амплитуды могут достигать 35–55 см [Фомичева, 1975]. Сейши Азовского моря к настоящему времени остаются еще недостаточно изученным явлением. Сейшевые колебания в Черном море изучены полнее, но все равно картина этого явления требует большей детализации.

Сейши в частично замкнутых бассейнах (бухтах, заливах, гаванях), связанных одним или несколькими выходами с морем, представляют собой особый вид сейшевых движений ('harbor oscillations'). Они отличаются от сейш в полностью замкнутых водоемах следующим [Рабинович, 1993; Rabinovich, 2009]: обычно данные колебания генерируются не за счет непосредственного воздействия внешних факторов (атмосферного давления, ветра, осадков и пр.) на внутреннюю акваторию, а за счет прихода длинных волн из открытого моря через вход; потери волновой энергии связаны, в основном, не с процессами диссипации, а происходят за счет излучения ее через открытую границу; в частично замкнутых акваториях существует особый вид колебаний – мода Гельмгольца (нулевая или фундаментальная мода), аналогичная основному тону акустического резонатора, отсутствующая в замкнутых водоемах. Данная мода не имеет узловых линий в акватории бухты. Как показывают данные натурных наблюдений, в бухтах и гаванях с узким входом мода Гельмгольца обычно доминирует над всеми остальными видами собственных колебаний и определяет общий характер движений во внутренней акватории [Рабинович, 1993].

Сейши в бухтах и гаванях представляют опасность в двух отношениях [Лабзовский, 1971; Rabinovich, 2009]. Во-первых, в бухтах, где они имеют достаточно большие периоды (несколько десятков минут и более), возникают сильные течения у входа, которые опасны для больших судов, заходящих в порт или покидающих его. Во-вторых, короткопериодные сейшевые колебания (с периодами до 5 мин) могут быть причиной такого опасного явления, как тягун [Рабинович, 1993; Rabinovich, 2009] – сильные возвратно-поступательные движения воды, приводящие к обрыву швартовых, столкновениям судов, затрудняющие погрузочно-разгрузочные работы. Смежные бухты взаимодейст-

вуют друг с другом за счет связи через их входы, через которые проникают собственные колебания соседних бухт. Это расширяет модовый состав сейш в связанных бухтах и увеличивает риск возникновения опасных для судов и береговой инфраструктуры колебаний уровня и течений.

В прибрежной зоне г. Севастополя расположена система связанных бухт, которые имеют важное значение для жизни города. В севастопольских бухтах базируется большое количество судов различного назначения, расположены порты, яхтклубы, судоремонтные заводы. Поэтому, актуальной задачей является установление условий генерации в них короткопериодных сейш, которые могут привести к возникновению тягуна.

Другой разновидностью длинноволновых колебаний, достаточно часто встречающейся в ограниченных бассейнах, являются сгонно-нагонные колебания уровня. Они могут представлять серьезную опасность для прибрежной зоны. Так, в результате нагонов могут подтапливаться значительные территории, а в результате сгонов – катастрофически уменьшаться глубина в районах якорных стоянок судов. Одной из причин, вызывающей сгонно-нагонные колебания, является прохождение над акваторией морей атмосферных циклонических образований, сопровождающееся ветром и колебаниями атмосферного давления.

Сейши тесно связаны со сгонно-нагонными колебаниями уровня в силу того, что они являются их следствием. При этом сейши, вызванные сгонно-нагонными колебаниями, могут иметь значительную амплитуду и приводить к повторным периодическим катастрофическим колебаниям уровня в прибрежной зоне.

Прогнозы сгонно-нагонных колебаний и тягуна могут значительно обезопасить работу морских портов. Знание особенностей сейшевых и сгонно-нагонных колебаний уровня моря и их возможного проявления является актуальной задачей и с практической, и с научной точек зрения.

**Объекты исследования** – Азовское, Черное моря и система севастопольских бухт.

**Предмет исследования** – сейшевые и сгонно-нагонные колебания.

**Современное состояние исследований в данной области.**

Современные исследования сейшевых колебаний развиваются в трех основных направлениях:

- анализ данных натуральных наблюдений;
- гидравлическое моделирование;
- математическое моделирование.

Сбор и анализ данных натуральных наблюдений является очень важным направлением исследования волновых процессов. Больших успехов в этом добились ученые Дальневосточного региона [Ковалев, 2015; Ковалев и др. 2017; Долгих и др., 2016], где разработаны различные типы приборов для измерения гидрофизических параметров, с помощью которых на постоянной основе ведутся натурные наблюдения. Но получение натуральных данных сопряжено с большими трудностями, связанными с наличием ограниченного количества приборов, их высокой стоимостью и пр. Это приводит к тому, что по измерениям можно представить только локальную картину волновых процессов. Поэтому, для получения более целостной картины важное значение имеют разные виды моделирования.

При гидравлическом моделировании исследования производятся на моделях объекта, построенных в уменьшенном масштабе. Так в [Судольский, 1991] рассмотрены сейши на основе гидравлических моделей озер Байкал и Балхаш, Каховского водохранилища. В работе [Букреев и др., 2013] исследуются сейшевые колебания в прямоугольном канале с резким изменением поперечного сечения. В ней показано, что одномерная математическая модель позволяет удовлетворительно описать частоты сейш, однако данные о положении узловых точек уровня, полученные с ее использованием, отличаются от данных, полученных с помощью двумерной математической модели и экспериментальных данных. Наиболее эффективным считается совместное использование гидравлических и математических моделей. Несомненным достоинством гидравлических моделей является возможность наблюдать нелинейные эффекты. Но создание

гидравлических моделей является дорогостоящим и технически сложным. Математические модели позволяют оптимизировать количество экспериментов с помощью гидравлических моделей.

В последнее время с появлением высокопроизводительных ЭВМ математическое моделирование стало наиболее эффективным средством изучения сейш, позволяющим получить достаточно полную и точную картину этого явления. Современные суперкомпьютеры предоставляют возможность расчетов на подробнейших сетках с использованием сложных моделей, имеющих большое количество параметров. Но это не всегда оправдано и требует значительных затрат, т. к. связано с трудностями корректного задания широкого спектра параметров, также учет нелинейности при построении численных математических моделей и мелкий шаг сетки ухудшают устойчивость и сходимость численных схем. Для построения мелких сеток требуется подробная батиметрия водоема. Все это может приводить к непредсказуемым результатам.

Для изучения физических закономерностей и особенностей гидрофизических процессов перспективным является использование упрощенных математических моделей с оправданными реальными условиями (временные и пространственные масштабы, амплитуды колебаний уровня, течений, возмущений) и допущениями (баротропность и линейность процессов, длинные волны, пренебрежение учетом вращения Земли, грубые пространственные сетки и т.п.). При необходимости можно провести уточняющие расчеты на суперкомпьютерах, но в реальной жизни это требуется нечасто. Также упрощенные модели можно использовать для калибровки более сложных моделей.

На данный момент утвердилось два подхода к математическому моделированию сейш. Первый [Архипкин и др., 1989; Баклановская В.Ф. и др. 1984; Марамзин, 1980; Рабинович и др., 1990; Иванов и др., 1992; Чехов и др., 2015; Kashiyama et al., 1986] базируется на решении задачи на собственные значения. Он позволяет найти периоды сейш и соответствующие им распределения амплитуд волн, определяющиеся исключительно геометрическими параметрами бассейна, независимо от причин их вызывающих. Большой вклад в развитие

этого направления в приложении к бухтам внес J. Lee [Lee, 1971], разработавший постановку задачи, граничные условия и определивший способы получения решения. В монографии [Advances in Hydrosociences / Ed. By Ven Te Chow, 1972] содержатся таблицы с формулами для вычисления периодов сейш в бухтах простой геометрической формы для случая, когда движение зависит от одной пространственной координаты, а также наблюдаемые периоды в большом перечне озер и бухт. Отметим монографии А.Б. Рабиновича: [Рабинович, 1993; Rabinovich, 2009], в которых делается описание особенностей сейш в бухтах и обзор литературы, посвященной этому вопросу. В [Зырянов и др. 2016] рассматривается резонансное усиление сейшевых колебаний в эстуарии. Второй подход [Блатов и др., 1984; Блатов и др., 1990; Коновалов и др., 1995; Доценко и др., 2007; Матишов и др., 2009; Железняк и др., 2014; Иванов и др., 2015; Liu et al., 1978; Pava, 1983] заключается в том, что жидкость выводится из состояния равновесия действием какой-либо возмущающей силы. Анализ колебаний воды после прекращения действия этой силы позволяет выделить периоды сейш и исследовать их пространственную структуру.

В настоящей работе изучение сейш проводится на основе математического моделирования с использованием обоих подходов и с привлечением данных натурных наблюдений для верификации результатов расчетов и уточнения картины явлений.

Исследование стгонно-нагонных колебаний в Азово-Черноморском бассейне ведется интенсивно в течение многих лет. Для этого используются различные численные модели. В качестве возмущающей силы рассматривается либо длительное воздействие ветра [Филиппов, 1972; Филиппов, 2012; Фомин и др., 2006; Иванов и др., 2008; Фомин и др., 2015; Черкесов и др., 2017с; Сабурин и др., 2017], либо совместное действие атмосферного барического возмущения и связанного с ним поля ветра при прохождении циклонов над акваторией морей [Еремеев и др., 1996; Иванов и др. 1999b; Коновалов и др. 1999; Букатов и др., 2009].

**Цель и задачи исследования.** *Целью* настоящей работы является исследование в Черном и Азовском морях характеристик сейшевых и стонно-нагонных колебаний на основе математического моделирования. Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие *задачи*:

1. Разработать численную математическую модель, основанную на методе конечных элементов, предназначенную для расчета собственных периодов и соответствующих им собственных функции в задаче о собственных длинноволновых колебаниях жидкости в ограниченном бассейне переменной глубины с произвольной формой береговой черты.

2. Изучить характеристики собственных колебаний в Черном и Азовском морях, опираясь на разработанную численную модель. Уточнить значения собственных периодов данных морей на основе результатов модельных расчетов и данных натурных наблюдений. Получить оценки вклада отдельных мод сейш в формирование волновой картины в пунктах, расположенных на побережьях Черного и Азовского морей.

3. В рамках двумерной конечно-разностной модели [Коновалаов и др., 1995, Еремеев и др., 1996] определить условия генерации отдельных мод сейш Азовского моря в зависимости от скорости и направления смещения типичных для данного региона циклонов.

4. На основе конечно-элементной модели *ADCIRC (Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries)* [Luettich et al., 2004] изучить резонансные колебания в системе севастопольских бухт, генерируемые различными типами длинноволновых возмущений, приходящими из открытого моря. Установить резонансные периоды системы севастопольских бухт, значения параметров возмущений, приводящих к наиболее интенсивным резонансным колебаниям в севастопольских бухтах. На примере Севастопольской и Карантинной бухт исследовать влияние бухт системы друг на друга.

5. С использованием двумерной конечно-разностной модели [Коновалаов и др., 1995; Еремеев и др., 1996] установить зависимости величин амплитуд стонно-нагонных колебаний в Черном и Азовском морях от направления смещения

циклонов, типичных для данного региона. Выделить направления, при которых генерируются сгонно-нагонные колебания наибольших амплитуд. Исследовать влияние скорости смещения циклонов на величину сгонно-нагонных колебаний в Азовском море. Определить интервалы скоростей, приводящие к наибольшим сгонам и нагонам.

**Научная новизна полученных результатов.** Впервые на основе авторской численной модели, предназначенной для решения задачи на собственные значения, с использованием неструктурированной сетки треугольных линейных конечных элементов, аппроксимирующей реальный профиль береговой черты, в узлах которой задавалась реальная батиметрия, определены периоды мод собственных колебаний уровня Азовского моря и их пространственная структура, получены оценки вклада, вносимого отдельными модами в формирование волновой картины в пунктах побережья.

Установлена связь модового состава сейш Азовского моря, возникающих после прохождения над ним типичных для Азово-Черноморского региона циклонов, с параметрами данных циклонов.

Впервые на основе математического моделирования проведено исследование сейшевых колебаний в системе связанных бухт, включающей в себя Севастопольскую и Карантинную бухты, вызываемых длинными волнами, приходящими из открытого моря. Выделены резонансные периоды бухт системы. Установлено, что количество генерируемых мод сейш определяется диапазоном периодов возмущающих воздействий. Модовый состав сейш в бухтах, объединенных в систему, расширяется за счет связи через их входы. При этом интенсивность собственных мод Севастопольской бухты, проникающих в Карантинную бухту, может превосходить интенсивность собственных мод Карантинной бухты.

Определены зависимости амплитуд сгонно-нагонных колебаний в Черном и Азовском морях от параметров циклонов, типичных для этих морей. Для пунктов, расположенных на побережьях Крыма и северо-западной части Черно-

го моря, а также по всему периметру Азовского моря, установлены условия генерации сгонно-нагонных колебаний максимальных амплитуд.

**Положения, выносимые на защиту.**

1. Численная двумерная конечно-элементная гидродинамическая модель для расчета параметров собственных колебаний в ограниченных бассейнах произвольной формы и глубины. Полученные с ее помощью собственные периоды Черного и Азовского морей и соответствующие им собственные функции, определяющие пространственную структуру сейшевых колебаний уровня данных морей.

2. Зависимость модового состава сейш Азовского моря от параметров, вызывающих их типичных для Азово-Черноморского региона атмосферных циклонов.

3. Резонансные периоды севастопольских бухт. Зависимости амплитуд и модового состава сейш в системе связанных бухт от параметров генерирующих их длинноволновых возмущений, приходящих из открытого моря, на примере Севастопольской и Карантинной бухт. Оценка влияния связи между бухтами через изходы на параметры сейшевых колебаний в системе бухт.

4. Закономерности, устанавливающие связь параметров сгонно-нагонных колебаний в Черном и Азовском морях от направления и скорости смещения типичных для Азово-Черноморского региона циклонов.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Разработанная численная конечно-элементная модель для задачи на собственные значения может быть использована для расчета собственных периодов и пространственной структуры собственных колебаний во внутренних морях Мирового океана, озерах и водохранилищах. На основе совместного анализа значений собственных периодов, рассчитанных с помощью этой численной модели, с данными натурных наблюдений за уровнем определены периоды сейшевых колебаний Азовского моря и уточнены значения периодов сейш Черного моря.

Результаты моделирования прохождения циклонов над Азово-Черноморским регионом позволяют выявить основные типы возможных сгон-

но-нагонных колебаний уровня, выделить направления и скорости движения циклонов, которые могут приводить к возникновению стонно-нагонных колебаний наибольших амплитуд.

Численная модель *ADCIRC*, адаптированная в работе к сева­стопольскому региону, позволяет проводить расчеты параметров колебаний в системе сева­стопольских бухт, получать оценки взаимного влияния колебаний воды в бух­тах системы и может служить основой для прогнозирования условий возникно­вения тягуна. С ее помощью в работе определены значения резонансных пе­риодов сева­стопольских бухт и установлены условия возникновения в сева­стопольских бухтах определенных мод сейшевых колебаний, в том числе и высо­кочастотных, являющихся причиной такого опасного явления, как тягун.

Результаты, полученные в настоящей работе, углубляют понимание физи­ческих механизмов формирования различных типов колебаний уровня Черного и Азовского морей и в будущем могут быть основой системы, предназначенной для прогнозирования опасных явлений и планирования мероприятий по мини­мизации последствий аварийных ситуаций в Азово-Черноморском регионе. Также они применимы при исследовании сейшевых и стонно-нагонных колеба­ний в других внутренних морях Мирового океана.

**Методы исследований.** Аналитические решения уравнений математиче­ской физики; численные решения уравнений математической физики; вычисли­тельный эксперимент.

**Обоснованность и достоверность полученных результатов.** Для расчета параметров собственных колебаний в Черном и Азовском морях использована авторская конечно-элементная модель, показавшая хорошее соответствие полу­ченных с ее помощью значений собственных периодов, со значениями, уста­новленными на основе натурных наблюдений на гидрометеопостах Азово-Черноморского региона и результатами других авторов. Резонансные свойства сева­стопольских бухт исследованы с помощью конечно-элементной модели *ADCIRC*, широко используемой в мире при моделировании штормовых наго­нов, приливов и прибрежной циркуляции. Она поддерживается академически-

ми, правительственными и корпоративными партнерами, включая Университет Северной Каролины в Чапел-Хилл, Университет Нотр-Дам и армию США.

Сгонно-нагонные колебания в Черном и Азовском морях изучались на основе конечно-разностной модели, разработанной в отделе теории волн Морского гидрофизического института. Данная модель является верифицированным инструментом, способным достоверно воспроизводить отклик моря на прохождение барических образований типа циклона. Это подтверждено результатами численных расчетов, проведенных ранее в ряде национальных проектов и сопоставлением их с данными наблюдений за уровнем моря на метеопостах в северо-восточной части Черного моря, расположенных в пунктах Одесса, Хорлы и Очаков.

Достоверность научных положений и выводов апробировалась на большом количестве научных мероприятий.

**Апробация результатов диссертации.** Результаты исследований, включенные в диссертацию, докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

1. Международная конференция «Проблемы Черного моря», Севастополь, 1992.
2. 7-я научная конференция ученых России, Белоруссии и Украины «Прикладные проблемы механики жидкости и газа», Севастополь, 1998.
3. Международный научно-технический семинар «Системы контроля окружающей среды», Севастополь, 1999.
4. Международный научно-технический семинар «Системы контроля окружающей среды 2000», Севастополь, 2000.
5. Международный научно-технический семинар «Системы контроля окружающей среды 2001», Севастополь, 2001.
6. Научная конференция «Ломоносовские чтения» 2004 года и Международная научная конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов – 2004», Севастополь, 2004.

7. Международный научно-технический семинар «Системы контроля окружающей среды 2004», Севастополь, 2004.

8. Научная конференция «Мировой океан: модели, данные и оперативная океанология», Севастополь, 26–30 сентября 2016 г.

9. XXIV международная научно-техническая конференция: «Прикладные задачи математики», Севастополь, 12–16 сентября 2016 г.

10. 1-я международная конференция «Озера Евразии: проблемы и пути их решения», Петрозаводск, 11–15 сентября 2017 г.

11. XXV международная научно-техническая конференция «Прикладные задачи математики», Севастополь, 12–16 сентября 2017 г.

12. Всероссийская научная конференция «Моря России: наука, безопасность, ресурсы», Севастополь, 3–7 октября 2017 г.

13. XXVI международная научно-техническая конференция «Прикладные задачи математики», Севастополь, 17–21 сентября 2018 г.

14. Всероссийская научная конференция «Моря России: методы, средства и результаты исследований», г. Севастополь–пгт. Кацивели, 24–28 сентября 2018 г.

15. Всероссийская научная конференция «Моря России: фундаментальные и прикладные исследования», Севастополь, 23–28 сентября 2019 г.

**Связь с научными программами, планами, темами.** Результаты, полученные в рамках диссертационной работы, были использованы в Морском гидрофизическом институте НАН Украины при выполнении работ по темам: «Исследование пространственно-временной изменчивости гидрофизических полей и процессов взаимодействия в системе океан-атмосфера» (номер госрегистрации 0196U015534), исполнитель; «Особенности пространственно-временной структуры океанологических полей и обменных процессов» (номер госрегистрации 0194U022912), исполнитель; «Комплексные океанологические исследования Черного моря» (номер госрегистрации 0195U012256), исполнитель; «Разработка основ комплексного использования природных ресурсов шельфа и защита прибрежной зоны Черного и Азовского морей» (номер госрегистрации

0193U0024767), исполнитель; «Исследование океана как энергетической и динамической системы глобального уровня с целью прогнозирования изменения климата, погоды, навигационных условий и реализации морских технологий» (номер госрегистрации 0194U035127), исполнитель.

А также в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки ФИЦ «Морской гидрофизический институт РАН» при выполнении работ по темам: «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем Черного и Азовского морей, на основе современных методов контроля состояния морской среды и гридтехнологий» (№ ЦИТИС 115062410072 (2015–2017 гг.)), исполнитель; «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей» (№ ЦИТИС АААА-А18-118012690345-0 (2018 – 2020 гг.)), исполнитель.

**Личный вклад автора.** Постановка задач и выбор тематики диссертационного исследования осуществлялись совместно с научным руководителем д. ф.-м. н. Фоминым В.В. и членом-корреспондентом Национальной академии наук Украины, д. ф.-м. н. Черкесовым Л.В. Аналитический обзор предшествующих исследований по теме диссертации проводился соискателем самостоятельно. Обсуждение результатов отдельных этапов исследования и формулировка выводов осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами научных публикаций.

В рамках выполнения диссертационной работы соискателем лично была разработана численная конечно-элементная гидродинамическая модель, предназначенная для расчета периодов и пространственной структуры собственных колебаний жидкости в замкнутых бассейнах произвольной формы и переменной глубины, создана компьютерная программа, реализующая данную математическую модель [Манилюк и др., 1994]. Соискателем предложена идея применить разработанную модель для исследования сейшевых колебаний в Азово-Черноморском регионе. Им были построены нерегулярные треугольные сетки

для Азовского и Черного морей и проведены расчеты параметров собственных колебаний в них, выполнен анализ полученных результатов и сопоставление их с данными натурных наблюдений [Иванов и др., 1994; Иванов и др., 1996].

Для Азовского и Черного морей соискателем было предложено провести исследования зависимости пространственного распределения величин сгонно-нагонных колебаний уровня от параметров вызывающих их циклонов, а также определить характеристики сейшевых колебаний, возникающих после прекращения действия данных атмосферных возмущений. Им была спланирована и проведена серия численных экспериментов, которые были выполнены с помощью конечно-разностной гидродинамической модели, разработанной в отделе теории волн Морского гидрофизического института. На основе анализа результатов этих расчетов соискателем были установлены условия возникновения сгонно-нагонных колебаний наибольших амплитуд и генерации определенных мод сейш [Иванов и др., 1999а; Иванов и др., 1999b; Еремеев и др., 2000].

Соискателем предложена идея проведения исследования резонансных колебаний в системе связанных бухт, вызываемых различными видами волновых возмущений, приходящими из открытого моря. В качестве объекта исследования выбрана система севастопольских бухт, являющаяся до сих пор мало изученной. Проведено планирование численных экспериментов и анализ результатов расчетов, выполненных на основе конечно-элементной гидродинамической модели *ADCIRC*, установлены параметры и особенности сейшевых колебаний в системе севастопольских бухт [Манилюк, 2018; Манилюк и др., 2019; Манилюк и др., 2020].

Соискатель лично представлял результаты работы на российских и международных конференциях и семинарах.

**Публикации.** Результаты диссертации опубликованы в соавторстве в 29 научных работах, из них 15 статей в рецензируемых журналах, 14 статей в рецензируемых сборниках научных трудов и тезисов докладов на Всероссийских и Международных конференциях.

Требованиям ВАК при Минобрнауки Российской Федерации удовлетворяют 15 работ в рецензируемых российских и украинских научных изданиях. В их числе 6 работ в рецензируемых научных изданиях, входящих в наукометрическую базу Web of Science, 9 работ, входящих в наукометрическую базу SCOPUS, 2 работы в рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень изданий ВАК при Минобрнауки Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук и 2 работы в изданиях, соответствующих п. 10 Постановления Правительства Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 723 «Об особенностях присуждения ученых степеней и присвоения ученых званий лицам, признанными гражданами Российской Федерации в связи с принятием в Российскую Федерацию Республики Крым и образованием в составе Российской Федерации новых субъектов – Республики Крым и города федерального значения Севастополя».

*Статьи в рецензируемых научных журналах*

1. **Manilyuk Yu.V.**, Lazorenko D.I., Fomin V.V. Investigation of Seiche Oscillations in the Adjacent Bays by the Example of the Sevastopol and the Quarantine Bays // Physical oceanography, [e-journal]. – 2020. – Vol. 27, Iss. 3. – P. 242–256. – doi:10.22449/1573-160X-2020-3-242-256. (**Манилюк Ю.В.**, Лазоренко Д.И., Фомин В.В. Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт // Морской гидрофизический журнал. – 2020. – Т. 36, № 3. – С. 20–30. – doi:10.22449/0233-7584-2020-3-20-30).

2. **Manilyuk Yu. V.**, Lazorenko D.I., Fomin V.V. Resonance Oscillations in the System of Adjacent Bays // Physical oceanography, [e-journal]. – 2019. – Vol. 26, Iss. 5. – P. 374–386. – doi:10.22449/1573-160X-2019-5-374-386. (**Манилюк Ю.В.**, Лазоренко Д.И., Фомин В.В. Резонансные колебания в

системе смежных бухт // Морской гидрофизический журнал. – 2019. – Т. 35, № 5. – С. 423–436. – doi:10.22449/0233-7584-2019-5-423-436).

3. **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Исследование сейшевых колебаний в бухте переменной глубины // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. – 2019. – Вып. 2. – С. 4–12. – doi: 10.22449/2413-5577-2019-2-4-12.

4. **Манилюк Ю.В.** Сейши и тягун в Севастопольской бухте // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. – 2018. – Вып. 3. – С. 4–12. – doi: 10.22449/2413-5577-2018-3-4-12.

5. Ivanov V.A., **Manilyuk Y.V.**, Sannikov V.F. Seiches in a basin with an open entrance // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2018. – Vol. 59, Iss. 4. – P. 594–600. – doi: 10.1134/S0021894418040041. (Иванов В.А., **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Сейши в бассейне с открытым входом // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, № 4. – С. 23–30).

6. **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Investigation of Seiche Oscillations in a Free Entrance Bay // Physical oceanography, [e-journal]. – 2017. – Iss. 4. – P. 16–25. – doi: 10.22449/1573-160X-2017-4-16-25. (**Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Исследование сейшевых колебаний в бухте со свободным входом // Морской гидрофизический журнал. – 2017. – № 4. – С. 16–25. – doi: 10.22449/0233-7584-2017-4-16-25).

7. **Maniliuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Investigation of Free Liquid Oscillations in a Bounded Basin Representing an Approximate Model of the Sea of Azov // Physical oceanography, [e-journal]. – 2016. – Iss. 2. – P. 14–23. – doi: 10.22449/1573-160X-2016-2-14-23. (**Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном бассейне, представляющем приближенную модель Азовского моря // Морской гидрофизический журнал. – 2016. – № 2. – С. 16–26).

8. Eremeev V.N., Konovalov A.V., **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Modeling of long waves in the Sea of Azov generated by cyclone propagation // Oceanology. – 2000. – Vol. 40, Iss. 5. – P. 616–623. (Еремеев В.Н.,

Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В. Моделирование длинных волн в Азовском море, вызванных прохождением циклонов // *Океанология*. – 2000. – Т. 40, № 5. – С. 658–665).

9. Коновалов А.В., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Моделирование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море // *Доповіді Національної Академії Наук України*. – 1999. – № 12. – С. 118–124.

10. Иванов В.А., Коновалов А.В., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Исследование сгонно-нагонных колебаний в Черном море // *Доповіді Національної Академії Наук України*. – 1999. – № 5. – С. 137–141.

11. Ivanov V.A., Konovalov A.V., **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Mathematical modeling of storm surges in the Black Sea // *Russian Meteorology and Hydrology*. – 1999. – Iss. 11. – P. 33–39. (Иванов В.А., Коновалов А.В., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Черном море // *Метеорология и гидрология*. – 1999. – № 11. – С. 56–63).

12. **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. The influence of the gulf's geometry on seiche oscillations in an enclosed basin // *Physical Oceanography*. – 1997. – Vol. 8, Iss. 4. – P. 217–227. (**Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Исследование влияния геометрических характеристик залива на сейшевые колебания в замкнутом бассейне // *Морской гидрофизический журнал*. – 1996. – № 4. – С. 3–11).

13. Ivanov V.A., **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Seiches in the Black Sea // *Russian Meteorology and Hydrology*. – 1996. – Vol. 1, Iss. 11. – P. 45–50. (Иванов В.А., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. О сейшах Черного моря // *Метеорология и гидрология*. – 1996. – № 11. – С. 57–61).

14. **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. Simulation of seiche oscillations in the Sea of Azov, using the finite element technique // *Physical Oceanography*. – 1995. – Vol. 6, Iss. 5. – P. 325–329. (**Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Математическое моделирование сейшевых колебаний в Азовском море на основе метода конечных элементов // *Морской гидрофизический журнал*. – 1994. – № 5. – С. 3–8).

15. Ivanov V.A., **Manilyuk Yu.V.**, Cherkesov L.V. The Sea Of Azov Seiches // Russian Meteorology and Hydrology. – 1994. – Iss. 6. – P. 53–57. (Иванов В.А., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. О сейшах Азовского моря // Метеорология и гидрология. – 1994. – № 6. – С. 105–110).

*Статьи в сборниках научных трудов*

16. **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Сейши в бассейне переменной глубины с открытым входом // Прикладные задачи математики: Материалы XXVI международной научно-технической конференции (17–21 сентября 2018 г.). – Севастополь. – 2018. – С. 132–136.

17. **Манилюк Ю.В.** Об одном механизме возникновения тягуна в Севастопольской бухте // Прорывные Исследования: проблемы, закономерности, перспективы. Сборник статей X Международной научно-практической конференции (23 марта 2018 г., г. Пенза). – Пенза: МЦНС «Наука и просвещение». – 2018. – С. 20–22.

18. Иванов В.А., **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Особенности сейшевых течений в частично замкнутом бассейне // Материалы научных мероприятий, посвященных 15-летию ЮНЦ РАН. Международный научный форум «Достижения академической науки на Юге России (13–16 декабря 2017 г.). – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН. – 2017. – С. 56–59.

19. Алексеев Д.В., **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Сейшевые течения в бассейне с открытым входом // Прикладные задачи математики: Материалы XXV международной научно-технической конференции (12–16 сентября 2017 г.). – Севастополь. – 2017. – С. 109–115.

20. **Манилюк Ю.В.** Особенности сейшевых колебаний в бассейне с открытым входом // Озера Евразии: проблемы и пути их решения: материалы 1-й международной конференции (11-15 сентября 2017 г.). – Петрозаводск: Карельский научный центр РАН. – 2017. – С. 269–275.

21. Черкесов Л.В., **Манилюк Ю.В.** Свободные колебания жидкости в ограниченном морском бассейне // Экология, экономика, информатика. Сборник статей: в 3 т., том 2: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета. – 2015. – С. 678–689.

22. Черкесов Л.В., **Манилюк Ю.В.** Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном морском бассейне // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире: Материалы X международной научно-практической конференции. – С-Петербург. – 2015. – С. 24–32.

23. **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Особенности генерации сейшевых колебаний в Азовском море характерными для данного региона циклонами // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины. – 2001. – С. 403–407.

24. Коновалов А.В., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Сгонно-нагонные колебания в Черном море: влияние Азовского моря и Керченского пролива // Сборник трудов Международного научного семинара «Системы контроля окружающей среды». – Севастополь: МГИ НАН Украины. – 1999. – С. 216–221.

25. Коновалов А.В., **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Моделирование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море, вызываемых прохождением циклонов // Труды 7-й научной конференции ученых России, Белоруссии, Украины «Прикладные проблемы механики жидкости и газа». – Севастополь. – 1998. – С. 20–25.

*Тезисы докладов на Всероссийских и международных конференциях*

26. **Манилюк Ю.В.**, Лазоренко Д.И., Фомин В.В., Дивинский Б.В. Особенности сейшевых колебаний в смежных бухтах // Тезисы докладов всероссийской научной конференции Моря России: фундаментальные и прикладные исследования (23–28 сентября 2019 г.). – г. Севастополь. – 2019. – С. 97–98.

27. Лазоренко Д.И., **Манилюк Ю.В.**, Фомин В.В. Исследование резонансных колебаний в акваториях севастопольских бухт // Тезисы докладов всерос-

сийской научной конференции Моря России: методы, средства и результаты исследований (24–28 сентября 2018 г.). – г. Севастополь–пгт. Кацивели. – 2018. – С. 60–61.

28. **Манилюк Ю.В.**, Санников В.Ф. Сейши в Севастопольской бухте // Тезисы докладов научной конференции Моря России: наука, безопасность, ресурсы (3–7 октября 2017 г.). – Севастополь. – 2017. – С. 171–172.

29. **Манилюк Ю.В.**, Черкесов Л.В. Сейшевые колебания в морском бассейне с открытым входом // Тезисы докладов научной конференции Мировой океан: модели, данные и оперативная океанология (26–30 сентября 2016 г.). – Севастополь. – 2016. – С. 51–52.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, одного приложения и списка литературы, который включает 143 наименования. Работа изложена на 168 страницах текста, содержит 41 рисунок и 14 таблиц.

**Благодарности.** Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю д. ф.-м. н. Фомину В.В. за руководство работой. Автор искренне признателен чл.-корр. НАНУ, д. ф.-м. н., профессору Черкесову Л.В. за руководство в становлении меня как ученого и за соавторство в большей части научных работ. Автор искренне благодарен чл.-корр. РАН, д.-ф. н. Коротаеву Г.К., д. ф.-м. н. Шапиро Н.Б., д. ф.-м. н. Кнышу В.В., д. ф.-м. н. Дулову В.А., д.г.н. Белокопытову, к. ф.-м. н. Санникову В.Ф. за обсуждение результатов, представленных в работе, и критические конструктивные замечания, позволившие ее улучшить. Автор благодарен зав. отделом теории волн д. ф.-м. н. Демышеву С.Г. и сотрудникам этого отдела за поддержку при написании работы. Отдельная благодарность к. ф.-м. н. Алексееву Д.В. за обсуждение работы и дельные советы по ее улучшению.

## РАЗДЕЛ 1 СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

### 1.1 Обзор публикаций о сейшевых колебаниях уровня моря в Азово-Черноморском бассейне

**1.1.1 Сейши Азовского моря.** Исследование сейш Азовского моря представляет практический интерес. Это связано с тем, что по данным наблюдений [Волкова и др., 1978; Доценко и др., 2013] наибольшие размахи колебаний уровня Азовского моря по пунктам побережья таковы: Ейск, Геническ, Приморско-Ахтарск – 50 см, Бердянск, Темрюк – 20–30 см, Таганрог – 60–70 см.

Начало исследованиям сейшевых колебаний в Азовском море положила работа [Курчатов, 1925], в которой он вычислил период одноузловой сейши Азовского моря по формуле Терады-Иошиды-Изитани, а также провел анализ мареограмм для ряда пунктов, расположенных на побережье моря. В [Ганькович, 1926] определены периоды младших мод сейш с помощью метода Дефанга. Эндрюс [Endros, 1932] на основе мареограмм, содержащихся в работе [Курчатов, 1925], выделил периоды ряда мод сейшевых колебаний Азовского моря и сделал предположения об их пространственной структуре. В статье [Волкова и др., 1978] на основе анализа данных наблюдений получены значения амплитуд сейш и периоды младших мод. В [Герман, 1970] обработаны и проанализированы данные наблюдений за 1967–1968 годы для пунктов Геническ, Бердянск, Мариуполь, Кривая коса, Перебойный, Ейск, Должанская, Ясенская переправа, Приморско-Ахтарск, Темрюк и Мысовое. На основании этого выделены периоды основных мод сейшевых колебаний Азовского моря и определены положения узловых линий. Большой объем исследований проведен с помощью разнообразных численных гидродинамических моделей. В работах, выполненных в Южном научном центре РАН [Матишов и др., 2008; Матишов и др., 2009; Инжебейкин, 2011] на основе современных данных о морфометрических характеристиках моря с помощью двумерной численной гидродинамической модели,

базирующейся на теории мелкой воды, исследованы собственные колебания уровня Азовского моря. Получены частотные и пространственные характеристики первых пяти мод осцилляций уровня Азовского моря, соответствующие сейшевым колебаниям. Проведено сравнение с данными натурных наблюдений. В работах, выполненных в Государственном океанографическом институте им. Н.Н. Зубова [Филиппов, 2011; Филиппов, 2012] проведено гидродинамическое моделирование длинноволновых колебаний на основе решения системы уравнений мелкой воды. В качестве возмущения использовались поля постоянного ветра северного или восточного направлений. Получены оценки периодов сейшевых колебаний, остающихся после прекращения действия ветра, проанализирована их пространственная структура. В Морском гидрофизическом институте также проводилось моделирование сейшевых колебаний, вызванных атмосферными возмущениями. В частности, в работе [Еремеев и др., 2000] с помощью двумерной гидродинамической модели проведен анализ влияния на параметры сейш скорости, направления, перепадов давления между центром и периферией для всех типичных для Азово-Черноморского региона циклонов. Данное исследование будет подробно рассмотрено в разделе 3 настоящей работы. В статье [Демышев и др., 2017] с использованием *РОМ*-модели изучалось влияние постоянного ветра на колебания уровня и течения, возникающие после прекращения действия возмущающих сил.

Одной из характерных особенностей Азовского моря является наличие сейш большой амплитуды, возникающих после прекращения действия возмущений, вызывающих сгонно-нагонные колебания уровня. Амплитуды сейшевых колебаний могут достигать 40–60 % от экстремальных значений нагона или сгона [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991]. Время затухания сейшевых колебаний изменяется в широких пределах (от 2 до 8 суток [Проект «Моря СССР»... Т. V, 1991]) и существенно зависит от характера возмущений. В силу этого, наводнение, вызванное подъемом уровня, или понижение уровня в портах и судоходных каналах, являющееся результатом сгона, может повториться неоднократно после прекращения действия возмущающих сил. Отсюда следует, что

задача определения периодов и пространственной структуры сейш Азовского моря, а также условий, при которых генерируются та или иная мода сейш, является весьма важной.

**1.1.2 Сейши Черного моря.** Сейшевые колебания являются одним из наиболее характерных видов волновых движений в Черном море. Их отличает большое разнообразие форм и периодов, и они охватывают всю акваторию бассейна. При этом характеристики сейш (периоды, амплитуды, количество узловых линий и их положение) существенно зависят от геометрии береговой черты и формы рельефа дна. Наиболее часто в Черном море наблюдаются сейши с амплитудами от 5 до 10 см [Фомичева, 1975]. Они мало зависят от сезона и сравнительно равномерно распределены в течение года. Повторяемость этих сейш в Одессе и Хорлах составляет 10–15 дней в месяц, а в Евпатории, Севастополе, Новороссийске, Геленджике, Туапсе до 25–30 дней в месяц. Сейшевые колебания с амплитудами более 10 см встречаются реже. По данным обработки мареограмм [Фомичева, 1975] за десятилетний период такие сейши имели место в Одессе и Севастополе около 100 раз, в Геленджике и Новороссийске около 250 раз, в Хорлах, Евпатории и Батуми около 40. При этом амплитуды сейшевых колебаний в указанных портах достигали 35–55 см.

Сейши Черного моря относятся к мезомасштабному диапазону колебаний уровня. Исследование данного вида движения жидкости в замкнутых бассейнах сводится главным образом к изучению собственных колебаний [Иванов и др., 1989]. К мезомасштабному диапазону относятся также приливы, колебания с частотой, близкой к локальной инерционной [Горячкин и др., 2006]. Этот диапазон включает также случайные короткопериодные колебания уровня, вызываемые различными местными метеорологическими воздействиями, краевыми волнами, волнами Пуанкаре.

Историю исследований колебаний уровня Черного моря можно найти в монографиях: [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991, Горячкин и др., 2006, Иванов и др., 2011, Доценко и др., 2013]. Первые работы по этой проблеме относятся к 20–30-м годам прошлого века [Малиновский, 1923; Курчатов, 1925].

Сейши Черного моря ранее исследовались как с использованием анализа данных натуральных наблюдений [Герман, 1970; Фомичева, 1975; Медведев и др. 2016], так и математического моделирования [Баклановская и др., 1984; Марамзин, 1985; Архипкин и др., 1989; Иванов и др., 1992]. Но вопрос о периодах и пространственной структуре сейш окончательно не закрыт.

**1.1.3 Сейши в Севастопольской и Карантинной бухтах.** В береговой зоне Севастополя расположена система бухт разнообразной конфигурации, размеров и батиметрии (Рисунок 1). Севастопольская бухта (длина 7 км, средняя ширина 1 км, средняя глубина 11,7м [Стокозов, 2010]) является самой большой. Западнее находится смежная с ней Карантинная бухта (длина 1,6 км, средняя ширина 0,2 км, средняя глубина 8,2 м).



Рисунок 1 – Севастопольские бухты

Несмотря на значительный потенциал использования бухт для Севастополя, изучены они еще недостаточно. Океанологические исследования, главным образом, проводились в Севастопольской бухте. Их результаты приведены в монографии [Иванов и др., 2006]. Наблюдения за уровнем моря с помощью мареографа выполнялись на морской гидрометеорологической станции Севастополь, расположенной на Павловском мысу.

Публикаций о сейшах в Севастопольской бухте очень мало. В монографии [Шокальский, 1959] приведена мареограмма за 25 августа 1911 г. (Рисунок 2), записанная с помощью самопишущего мареографа при Обсерватории Морского ведомства.

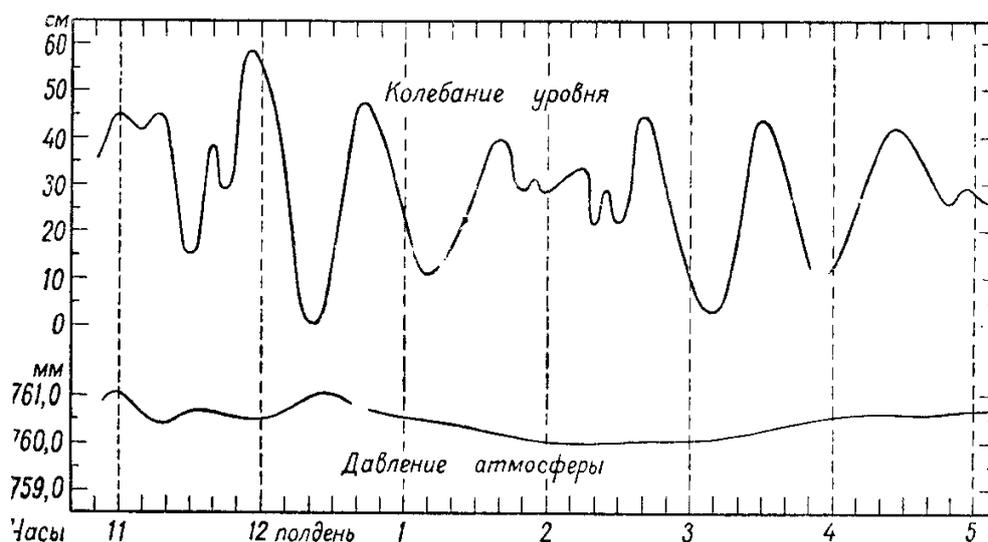


Рисунок 2 – Сейши в Севастопольской бухте 25 августа 1911 г

[Шокальский, 1959]

Также в ней дано описание метеорологической ситуации и самого явления: «Утром прошла гроза над Севастопольской бухтой, в 11ч 20 мин. утра давление атмосферы сразу упало с 761,1 мм на 6 мм; потом к 12 ч 30 мин оно снова повысилось до 761 мм и затем плавно уменьшалось до 3 ч, а после того также плавно стало увеличиваться. Резкое убывание давления в 11 ч утра дало толчок уровню, и он начал колебаться. В 11 ч 15 мин уровень был на высоте 45 см, че-

рез 15 мин он упал на 15 см, затем поднялся до 58 см и потом упал до 0 см и продолжал далее совершать колебания с периодом около 50–60 мин. Такая амплитуда колебаний в 58 см редко достигается в Севастополе, за целый ряд лет наблюдений подобной не замечено» [Шокальский, 1959, с. 244].

В работе [Горячкин и др., 2002] приведены результаты обработки данных наблюдений за уровнем на гидрометеорологической станции Севастополь, расположенной на м. Павловский. В 2001 г. там был установлен цифровой регистратор, который с помощью магнитной муфты соединялся с барабаном стандартного поплавкового мареографа СУМ. Цифровые данные измерений уровня с дискретностью 5 мин выводились на компьютер, где оперативно обрабатывались и накапливались в банке данных. Измерения проводились с апреля 2001 г. по сентябрь 2002 г. Анализ результатов измерений [Горячкин и др., 2002] показал, что в период с апреля 2001 г. по апрель 2002 г. годовой ход колебаний уровня имел типичный вид с максимумом в конце весны – начале лета и минимумом осенью (Рисунок 3).

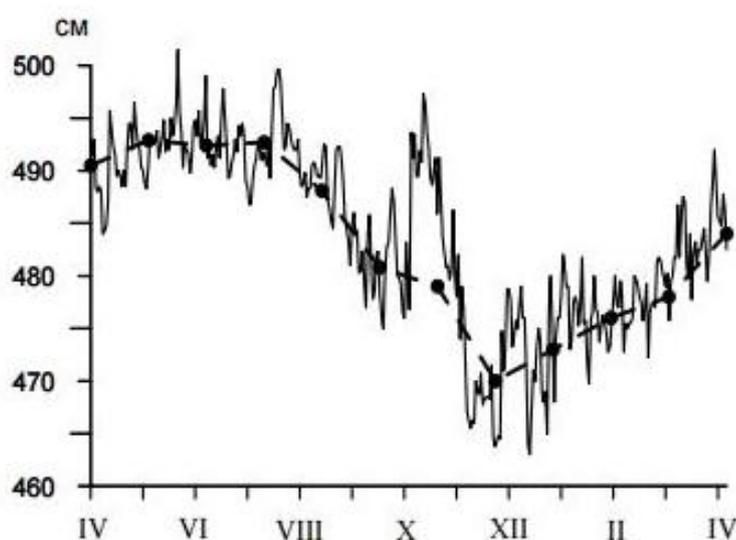


Рисунок 3 – Среднемесячные (пунктир с точкой) и среднесуточные (сплошная линия) значения уровня на МГ Севастополь (2001–2002 гг.)

[Горячкин и др., 2002]

Как видно из этого рисунка, общий размах колебаний уровня составляет 23 см, что на 8 см больше среднемноголетнего значения (15 см) и близок к максимальному за весь период наблюдений (26 см) [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991].

В течение указанного периода измерений максимальная амплитуда сгонно-нагонных колебаний составила 18–34 см, а сейшевых – 10–24 см (Рисунок 4) [Горячкин и др., 2002]. Анализ этого рисунка показал, что в периоды максимальных сгонно-нагонных колебаний имеют место максимальные значения амплитуд сейш и наоборот. Причем, максимальные амплитуды сейшевых колебаний уровня сопоставимы с максимальными амплитудами сгонно-нагонных колебаний и составляют 45–95 % от последних [Горячкин и др., 2002].

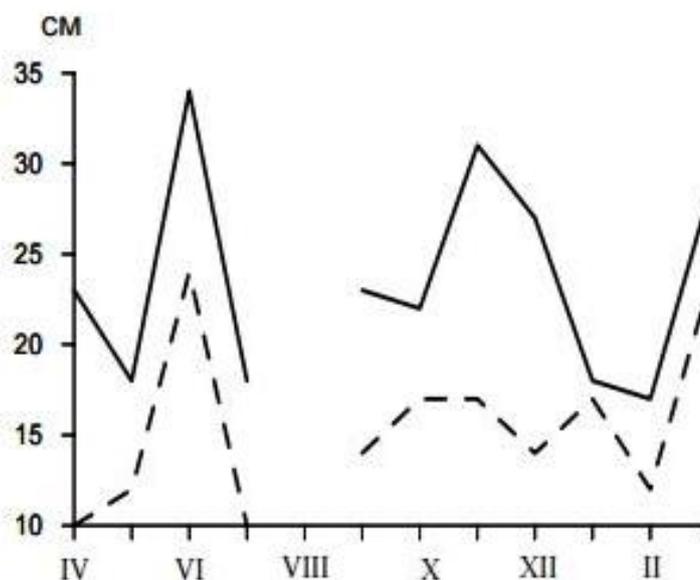


Рисунок 4 – Максимальные размахи сгонно-нагонных (сплошная линия) и сейшевых (пунктирная линия) колебаний уровня (2001– 002 гг.)

[Горячкин и др., 2002]

Для выделения энергонесущих частот в высокочастотной области в [Горячкин и др., 2002] были рассчитаны спектральные характеристики уровня моря по наиболее продолжительным непрерывным реализациям. На Рисунке 5 *a* приведен пример такого спектра, рассчитанного по 90-суточной реализации.

В высокочастотной области спектра выделяются колебания приливного характера: полусуточная и суточная составляющие прилива. На всех спектрах выделяются колебания с периодами 0,9; 1,25; 2,5 ч [Горячкин и др., 2002]. Чтобы определить насколько выделенные периоды стабильны во времени, в [Горячкин и др., 2002] были рассчитаны спектры для месяцев, в которых отсутствовали пропуски в рядах наблюдений. Оказалось, что энергонесущие частоты сейш Севастопольской бухты стабильны во времени, по крайней мере, в масштабах месяца (Рисунок 5 *b*). Спектры отличаются только уровнем энергии, причем наибольшая изменчивость характерна для сейш с периодами 1,25 ч, а наименьшая – с периодом 2,5 ч. Наибольшей энергией обладают сейши с периодом около 50 мин, соответствующие моде Гельмгольца Севастопольской бухты.

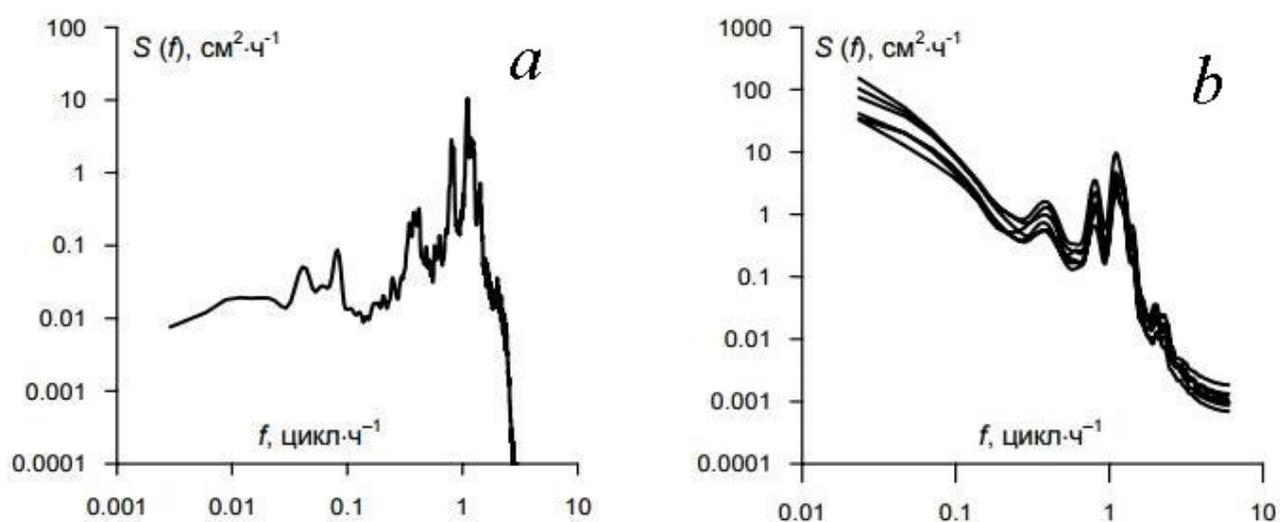


Рисунок 5 – Спектр колебаний уровня в Севастополе: *a* – (02.05–30.07.2001);  
*b* – (2001 – 2002 гг.) [Горячкин и др., 2002]

В [Горячкин и др., 2002] указывается, что текущие временные спектры показали наличие существенной временной перемежаемости энергии сейшевых колебаний, т.е. наличия периодов времени с относительно невысокой энергией и периодов ее резкого всплеска.

На Рисунке 6 показаны спектры и реализации для интенсивных и «фоновых» сейш. Анализ Рисунка 6 *a* показал, что во время интенсивных сейш кроме основных максимумов на периодах 2,5; 1,25 и 0,9 ч также выделяются локальные максимумы на периодах 16,5; 14,6; 12; 10,5; 9,6 мин. В [Горячкин и др., 2002] указывается, что при интенсификации сейшевых колебаний их амплитуды достигают 20 см и более, а у «фоновых» сейш обычно не превышают 3–5 см. При усилении колебаний их частота становится более стабильной во времени, а колебания с периодом 2,5 ч исчезают. Также в [Горячкин и др., 2002] для теплого сезона (2 мая–30 июля 2001 г.) по текущему спектру была рассчитана изменчивость энергии сейш с периодами 0,9 и 1,25 ч. Анализ показал, что колебания с периодами 0,9 и 1,25 ч мало связаны друг с другом, коэффициент корреляции составляет 0,5. В отдельные интервалы времени увеличения энергии в обоих частотных диапазонах совпадают, а в другие заметен некоторый сдвиг, а в периоды ослабления сейшевых колебаний синхронного увеличения или уменьшения энергии в обоих частотных диапазонах не отмечается. Для холодного сезона (февраль–март 2002 г.) получены аналогичные результаты.

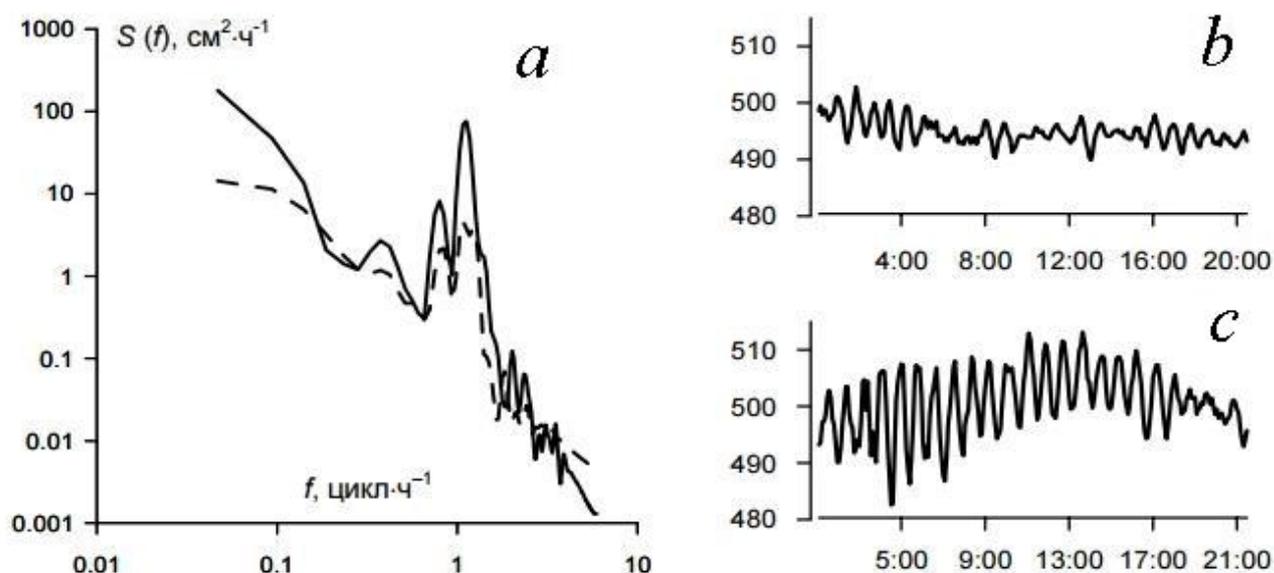


Рисунок 6 – *a* – спектры колебаний уровня моря в период интенсивных сейшевых колебаний (сплошная линия) и «фоновых» (пунктирная линия); *b* – мареограмма фоновых сейш; *c* – интенсивных сейш [Горячкин и др., 2002]

Также в работе [Горячкин и др., 2002] на основе анализа метеоэлементов с дискретностью 5 мин исследованы условия возникновения интенсивных сейш в Севастопольской бухте. Оказалось, что основной причиной, которая стимулирует развитие сейшевых колебаний, является резкое изменение градиентов атмосферного давления: увеличение (уменьшение) интенсивности падения (роста) или резкое изменение роста на падение (или падения на рост). Последнее вызывает наиболее интенсивные колебания уровня и максимальную амплитуду сейш. Изменения давления, вызывающие интенсивные сейши, могут сопровождаться штормовым ветром южного или западных (ЮЗ, З, СЗ) направлений и общим подъемом уровня моря в результате нагона [Горячкин и др., 2002]. Для интенсификации сейш необходимо не кратковременное усиление ветра, а продолжительное (порядка 4–5 ч) его действие. Причем в Севастопольской бухте наиболее эффективны направления сильных ветров, приводящие к нагону или сгону воды.

Сведения о сейшевых течениях в Севастопольской бухте очень скудные. В основном они получены в результате кратковременных измерений, выполненных во время экспедиций Морского гидрофизического института в 2008 и 2014 годах [Морозов и др., 2012; Морозов и др., 2014, Манилюк, 2018]. При этом было установлено, что у входа в бухту флуктуации течений происходят с периодом около 60 мин. Наибольшие скорости течения имели место у входа в бухту, где их амплитуда составляла 12 см/с.

Других работ, в которых приводятся результаты натуральных наблюдений за сейшами в Севастопольской бухте, нам не известно.

Имеется ряд статей, в которых сейши Севастопольской бухты исследуются с помощью аналитических и численных математических моделей.

На основе аналитических моделей изучение сейш в Севастопольской бухте проведено в [Манилюк и др., 2017с; Иванов и др., 2018; Манилюк, 2018; Манилюк и др., 2019b]. В работах [Манилюк и др., 2017с; Иванов и др., 2018] в длинноволновом приближении получены аналитические решения для бассейна

прямоугольной формы постоянной глубины с открытым входом, позволяющие рассчитать периоды, пространственную структуру колебаний уровня и скорости (когда задана амплитуда колебаний уровня) сейшевых течений. Установлено, что в бассейне с открытым входом поперечных сейш в чистом виде не существует, и что все моды сейшевых колебаний, за исключением продольных, в бассейнах такого типа двумерны. Также показано, что собственные периоды могут быть кратными, т.е. одному и тому же собственному значению одновременно могут соответствовать несколько различных собственных функций, имеющих различную пространственную структуру. Соответствующие им сейшевые колебания представляют собой композицию простейших мод, имеющую сложное распределение линий уровня. Получены оценки периодов старших мод собственных колебаний Севастопольской бухты: 43,8; 14,5; 8,8; 6,3; 2,8 мин [Манилюк и др., 2017с; Иванов и др., 2018]. В [Манилюк, 2018] рассматриваются условия возникновения тягуна в Севастопольской бухте, возможности генерации сейш инфрагравитационными волнами, анализируется пространственная структура колебаний уровня и сейшевых течений, получены формулы для оценки амплитуд скоростей старших мод продольных и поперечных сейш, с помощью которых проведены оценки возможных скоростей сейшевых течений в Севастопольской бухте. Так для моды Гельмгольца, максимальная скорость течения при колебаниях уровня с амплитудой 3–4 см, наблюдаемых в районе поста на Павловском мысу наиболее часто, составит 5,5–7,3 см/с, а для максимальных наблюдаемых амплитуд, равных 5–12 см: 9,2–22,0 см/с [Манилюк, 2018]. Также в этой статье показано, что периоды 1,25 и 2,5 ч, выделенные в [Горячкин и др., 2002], принадлежат высокочастотным модам сейш Черного моря в целом, и дано объяснение, почему в Севастопольской бухте не выделяются старшие моды сейшевых колебаний Черного моря. Отметим также работу [Манилюк и др., 2017b], в которой на основе решений для бассейна прямоугольной формы постоянной глубины исследуются особенности сейшевых колебаний в замкнутых и частично замкнутых бассейнах и выявлены их схожие и различные свойства. В статье [Манилюк и др., 2019b] найдены аналитические

решения задачи о сейшах для бухты прямоугольной формы переменной глубины, изменяющейся по параболическому закону. Полученные решения позволяют по двум параметрам: длине бухты и глубине у ее входа оценить значения периодов продольных мод сейш, пространственную структуру колебаний уровня и скоростей течений для данных мод. Также в этой работе выполнен расчет периодов продольных собственных мод для разных бухт, в том числе и для Севастопольской бухты, который дал следующие значения: 36,7; 15; 9,5; 6,9 мин [Манилюк и др., 2019b].

Для численного моделирования сейш в Севастопольской бухте использовались два типа моделей. Первый тип основывается на нахождении периодов резонансных мод и их пространственной структуры путем решения спектральной задачи на собственные значения для эллиптического оператора [Горячкин и др., 2002; Чехов и др., 2015], второй – путем решения серии нестационарных задач с разными видами возмущающих сил [Манилюк и др., 2019а; Манилюк и др., 2020], действующих на поверхность водоема.

В статье [Горячкин и др., 2002] в рамках линейной теории длинных волн с использованием граничного условия, предполагающего наличие у входа в бухту узловой линии для всех мод собственных колебаний, методом конечных разностей рассчитан период моды Гельмгольца Севастопольской бухты (50 мин), а также ее пространственная структура (Рисунок 7).

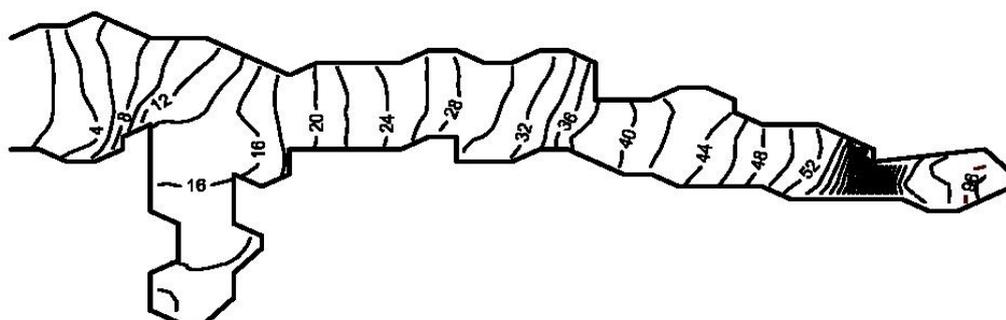


Рисунок 7 – Пространственная структура моды Гельмгольца Севастопольской бухты. Цифрами показаны относительные амплитуды колебаний уровня [Горячкин и др., 2002]

В [Чехов и др., 2015] для постановки задачи, аналогичной примененной в [Горячкин и др., 2002], с использованием метода конечных элементов вычислены значения собственных периодов старших мод Севастопольской бухты: 50; 22; 14,7; 12; 9,5; 7,9; 6,4 мин. Для первых четырех старших мод построена их пространственная структура (Рисунок 8).

В численных моделях второго типа в качестве возмущений рассматривались: воздействие начального возмущения типа цунами [Манилюк и др., 2019а], волнопродуктор на жидкой границе бассейна [Манилюк и др., 2020], генерирующий волны на интервале, включающем резонансные частоты Севастопольской бухты. Результаты указанных двух статей подробно обсуждаются в разделе 4 настоящей работы.

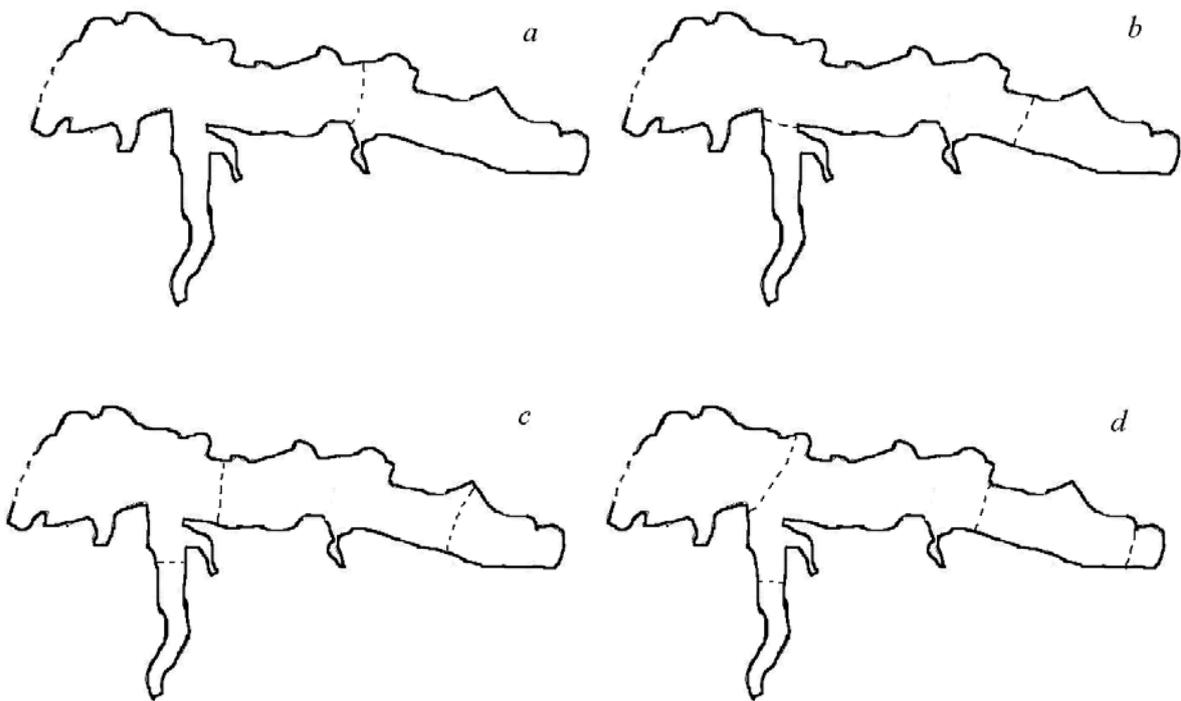


Рисунок 8 – Положение узловых линий (показаны пунктиром) старших собственных мод Севастопольской бухты: *a* – период 22 мин; *b* – период 14,7 мин; *c* – период 12 мин; *d* – период 9,5 мин [Чехов и др., 2015]

Публикации, посвященные анализу данных наблюдений за сейшми в Карантинной бухте, нам не известны. Это явление изучалось в небольшом количестве работ с помощью математических моделей. В статье [Манилюк и др., 2019b] с помощью аналитической формулы произведен расчет периодов собственных колебаний бухты, который дал следующие значения: 11,7; 3,9; 2,3; 1,7; 0,7 мин. Также в этой работе с помощью численной модели ADCIRC [Luettich and Westerink, 2004] исследован отклик модельного бассейна, аппроксимирующего Карантинную бухту на возмущения свободной поверхности моря, вызванные подвижкой дна. В [Манилюк и др., 2020] исследуется отклик Карантинной бухты на возмущения, генерируемые волнопродуктором, размещенным на жидкой границе, на интервале периодов, включающем резонансные частоты Севастопольской бухты. Результаты данных исследований подробно рассмотрены в разделе 4. В работе [Балинец и др., 2006] с помощью конечноразностной модели выполнен расчет периодов собственных мод Карантинной бухты: 9,2; 5,5; 3,3; 1,8 мин. Также в этой статье построена их пространственная структура (Рисунок 9).

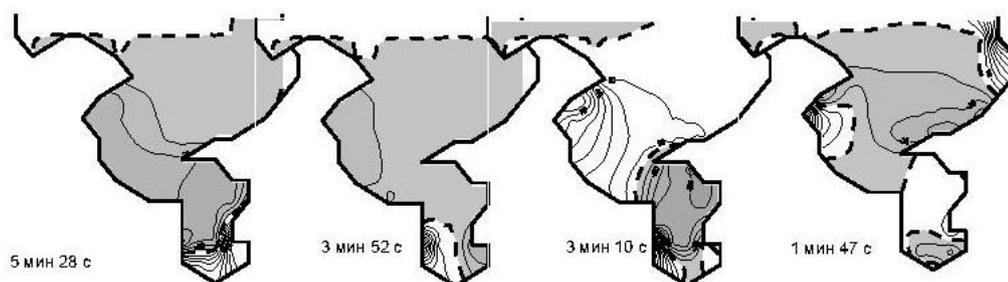


Рисунок 9 – Структура баротропных сейш в Карантинной бухте

[Балинец и др., 2006]

## 1.2 Обзор публикаций о сгонно-нагонных колебаниях уровня моря в Азово-Черноморском бассейне

**1.2.1 Сгонно-нагонные колебания в Черном море.** В Черном море сгонно-нагонные колебания уровня имеют широкое распространение и разнообразный характер. Наиболее характерными причинами, приводящими к их возникновению в данном регионе, являются циклоны, бризы и сезонные изменения поля ветра. [Леонов, 1960]. Бризовые сгонно-нагонные колебания обычно имеют небольшую (до 3 см [Леонов, 1960] ) амплитуду, которая отмечается в месяцы наибольшего развития бризов (август, сентябрь). Амплитуда сезонных сгонно-нагонных колебаний превышает амплитуду бризовых колебаний. Так, в Поти [Леонов, 1960] нагон, вызванный этой причиной, может достигать 17 см. Максимальные сгонно-нагонные поднятия и понижения уровня на побережье Черного моря возникают под влиянием проходящих циклонов [Фомичева, 1975; Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991]. Подробный обзор особенностей сгонно-нагонных колебаний в Черном море, их параметры и библиографию по данному вопросу можно найти в монографии [Горячкин и др., 2006].

Основным подходом к изучению сгонно-нагонных колебаний, вызываемых атмосферными возмущениями типа циклонов, в последние десятилетия стало математическое моделирование данного явления с привлечением численных схем различной степени сложности [Веландер, 1964; Вольцингер и др., 1968; Лаппо, 1979; Любицкий, 1990]. Значительная часть подобных исследований проводится в рамках решения задачи о штормовом нагоне для конкретных морских бассейнов (или участков побережья) и определенных метеорологических условий. И если сгонно-нагонные колебания уровня моря в ряде районов (Финский залив, Северное море, побережье Японских островов, Мексиканский залив и др.) описаны в десятках работ, то подобные колебания уровня Черного моря гораздо менее изучены. Исследованиям сгонно-нагонных колебаний уровня в Черном море посвящена работа [Engel, 1974], в которой на основе конечно-разностной модели изучались сгоны и нагоны, вызываемые действием стацио-

нарного ветра. В статье [Рыбак, 1975] предложен метод расчета непериодических колебаний уровня для открытой части моря, базирующийся на численном решении системы уравнений мелкой воды. Проведенные расчеты нескольких реальных нагонов показали удовлетворительное совпадение с фактическими данными наблюдений. Предложенная в этой работе численная схема позволила получить изменения уровня во времени для конкретной метеорологической ситуации. В [Герман и др., 1979] уровень в отдельных точках побережья рассчитывается по гидродинамической модели с использованием типовых синоптических ситуаций, что позволило рассчитать обеспеченность и продолжительность стояния уровня. Результаты численного моделирования штормовых нагонов вдоль побережья Болгарии приведены в [Мънгов, 1988]. В [Еремеев и др., 1996] рассматривается длинноволновой отклик моря на прохождение южного циклона. В статье [Krestenitis et al., 2012] на основе математического моделирования получены оценки средних и максимальных величин нагонов для западного побережья Черного моря в зависимости от разных сценариев изменения климата. В работе [Fomin, 2017] с использованием связанной модели SWAN+ADCIRC исследовано влияние скорости смещения циклона на амплитуды генерируемых им в Черном море волн. В результате установлено, что волны наибольшей амплитуды возбуждаются при скоростях смещения циклона 7–9 см/с и делается вывод, что этот эффект обусловлен совпадением характерных значений групповой скорости доминирующих ветровых волн в глубоководной части Черного моря со скоростью перемещения циклона.

**1.2.2 Сгонно-нагонные колебания в Азовском море.** Азовское море – самое мелкое на Земле [Добровольский и др., 1982]. Его мелководность (максимальная глубина моря 13,5 м, средняя глубина 7,4 м) существенно влияет на гидрологические условия, предопределяя малую динамическую инерцию вод этого водоема. В силу этого, для Азовского моря характерно то, что сгонно-нагонные колебания уровня сильно развиты и в многолетнем среднем масштабе отражаются в перепаде поверхности моря, который составляет от вершины Таганрогского залива до Керчи 16 см [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991]. Ам-

плитуды сгонно-нагонных колебаний существенно зависят от района моря. Максимальные значения амплитуд колебаний отмечаются, как правило, зимой. Они наиболее значительны в Таганроге, где в 1960 году наблюдалась [Добровольский и др., 1982] рекордная величина подъема уровня, равная 5,8 м. В западной части моря (Геничеськ) регистрировались подъемы уровня до 3,5 м, на северо-востоке (Мариуполь) – до 2,5 м [Добровольский и др., 1982], на юго-восточном побережье (Приморско-Ахтарск) – до 3 м [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991]. Наводнения, имеющие место при нагонах, нередко приводят к затоплению обширных участков побережья [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991] и наносят существенный урон экономике региона. При сгонах уменьшаются глубины в портах и судоходных каналах, что осложняет навигационную обстановку. Поэтому изучение сгонно-нагонных процессов в Азовском море имеет не только научное, но и прикладное значение.

Аналізу синоптических условий возникновения аномальных колебаний уровня Азовского моря посвящена работа [Дьяков и др., 2000]. В ней на основе данных таблиц учащенных наблюдений за уровнем в морской береговой сети (9 пунктов) за 1950–1999 гг. выбраны случаи изменений уровня, которые выходят за пределы критических отметок опасного и очень опасного явления. В результате анализа данных наблюдений выделены четыре основные синоптические ситуации, приводящие к значительным сгонам и нагонам. Большинство выделенных ситуаций являются причиной сильных (более 15 м/с) и продолжительных ветров. Но также выделяется ситуация, имеющая место при смещении глубоких циклонов с юга или северо-запада, проходящих через центр Азовского моря, когда возможны кратковременные, значительные повышения уровня в восточной и юго-восточной части побережья [Дьяков и др., 2000]. В [Полозок и др., 2019] выполнен анализ срочных данных уровня моря в районе МГС Таганрог с целью получения статистических характеристик опасных сгонных и нагонных явлений, оценки повторяемости экстремальных значений уровня, сезонной и межгодовой изменчивости за период 1995–2014 гг. В частности, в этой работе установлено, что в настоящее время происходит интенсификация

сгонно-нагонных колебаний в Азовском море и период 2005–2014 гг. характеризуется большей частотой экстремальных штормовых нагонов по сравнению с периодом 1995–2004 гг.

Особенностью сгонно-нагонных колебаний в Азовском море является их значительная изменчивость во времени и по акватории моря. Наблюдения за уровнем ведутся в незначительном количестве пунктов, причем не все они оснащены мареографами. Срочные наблюдения выполняются только четыре раза в сутки. Это усложняет получение детальной картины явления. В связи с этим применение математического моделирования для изучения сгонно-нагонных колебаний представляется перспективным. Оно позволяет получать более подробное описание явления, вырабатывать практические рекомендации при проектировании гидротехнических сооружений и проведении геологоразведочных изысканий в прибрежной зоне.

Азовское море широко вовлечено в хозяйственную деятельность человека и постоянно привлекает внимание исследователей. Исследование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море ведется интенсивно в течение многих лет. Поэтому, работ, посвященных математическому моделированию сгонно-нагонных колебаний в Азовском море, выполнено достаточно много. В них используются разнообразные численные модели, основанные на методах конечных разностей или конечных элементов. Возмущающие силы задаются обычно в виде стационарного ветра либо движущихся барических образований и связанных с ним полей ветра типа циклона. Так в работах [Филиппов, 1972; Белов и др., 1979; Фомин и др., 2006; Иванов и др., 2008; Фомин и др., 2015; Черкесов и др., 2017; Сабурин и др., 2017] в качестве возмущающей силы используется стационарный ветер. В другой группе работ рассматривается совместное действие атмосферного барического возмущения и связанного с ним поля ветра при прохождении циклонов над акваторией Азовского моря [Еремеев и др., 1996; Иванов и др., 1999а; Коновалов и др., 1999; Букатов и др., 2009],хождение атмосферного фронта [Черкесов и др., 2017b; Иванов и др., 2019].

В работе [Попов и др., 2017] с помощью авторской трехмерной гидродинамической модели выполнен диагностический расчет уровня Азовского моря, в котором использован непрерывный ряд полей атмосферного давления и скорости ветра из модели COSMO. Сравнение результатов расчетов с данными натурных наблюдений дали хорошее согласование.

В работах [Фомин и др., 2018a; Фомин и др., 2018b] с помощью совместной модели ADCIRC+SWAN выполнено численное моделирование штормовых нагонов и ветрового волнения и определены условия возникновения значительных наводнений в дельтах рек Дон и Кубань. В статье [Фомин и др., 2018b] также исследовано влияние скорости смещения циклона на величину подъемов уровня моря в районе дельты реки Кубань.

Одним из факторов, определяющих условия формирования значительных подъемов уровня в прибрежной зоне является резонанс Праудмена [Праудмен, 1957]. Это явление имеет место, когда скорость перемещения атмосферного возмущения совпадает со скоростью распространения свободных длинных волн. В Азовском море существуют условия для возникновения резонанса Праудмена, но данное явление практически не исследовано. Отметим работы [Черкесов и др., 2017b; Иванов и др., 2019], в которых изучается влияние скорости смещения барического фронта на амплитуду колебаний уровня моря, и статью [Фомин и др., 2018b], в которой рассматривается влияние скорости смещения циклона на величину затопления дельты реки Кубань.

### **1.3 Используемые математические модели**

**1.3.1 Численная гидродинамическая модель для исследования отклика уровня моря на возмущения, вызываемые прохождением циклонов.** Рассмотрим длинноволновые возмущения в жидкости, заполняющей ограниченный бассейн, вызываемые прохождением атмосферных возмущений типа циклонов над его акваторией. Будем исходить из проинтегрированных по вертикали с использованием приближения гидростатики линеаризованных уравне-

ний Навье-Стокса и уравнения неразрывности для однородной несжимаемой жидкости. Пренебрегая горизонтальной вязкостью по сравнению с вертикальной, имеем [Вольцингер и др., 1968]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} - fV = -\frac{1}{\rho} \left( H \frac{\partial p_a}{\partial x} - \tau_x^w + \tau_x^h \right), \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + gH \frac{\partial \zeta}{\partial y} + fU = -\frac{1}{\rho} \left( H \frac{\partial p_a}{\partial y} - \tau_y^w + \tau_y^h \right), \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad (1.3)$$

где  $U(x, y, t)$ ,  $V(x, y, t)$  – проекции вектора полного потока  $\mathbf{U}(x, y, t)$  на горизонтальные оси  $x$ ,  $y$  соответственно;

$H(x, y)$  – глубина жидкости;

$\zeta(x, y, t)$  – возвышение свободной поверхности;

$p_a(x, y, t)$  – возмущение атмосферного давления;

$\tau_x^w, \tau_y^w, \tau_x^h, \tau_y^h$  – проекции касательного напряжения трения ветра и напряжения придонного трения на оси  $x$ ,  $y$  соответственно;

$\rho$  – плотность морской воды;

$g$  – ускорение свободного падения;

$t$  – время;

$f$  – параметр Кориолиса.

На береговой линии  $\Gamma$  задается условие непротекания: проекция вектора полного потока на внешнюю нормаль  $\mathbf{n}$  должна обращаться в ноль

$$(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \big|_{\Gamma} = 0. \quad (1.4)$$

Предположим, что в начальный момент времени  $t = 0$  жидкость в бассейне покоится, свободная поверхность горизонтальна, возмущения атмосферного давления отсутствуют:

$$U(x,y,0) = 0, V(x,y,0) = 0, \zeta(x,y,0) = 0, p_a(x,y,0) = 0. \quad (1.5)$$

Циклоническое образование представим [Еремеев и др., 1996] областью пониженного атмосферного давления радиуса  $R$ , равномерно перемещающегося со скоростью  $c$ .

$$p_a(x,y,t) = \begin{cases} p_0 \cos^2 \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{r}{R} \right) \right], & r \leq R; \\ \tilde{p}_a, & r > R, \end{cases} \quad (1.6)$$

с соответствующим ей полем касательных напряжений ветра.

Здесь  $r$  – расстояние от точки  $(x, y)$  до центра циклона  $(x_0, y_0)$ ;

$x_0(t) = x_0(0) + c_1 t$ ,  $y_0(t) = y_0(0) + c_2 t$ ,  $c_1$  и  $c_2$  – проекции вектора скорости движения циклона на горизонтальные оси;

$R$  – радиус циклона;

$\tilde{p}_a$  – фоновое значение атмосферного давления;

$p_0$  – максимальное отклонение давления от фонового (невозмущенного) значения в атмосферном возмущении.

Вектор тангенциальных напряжений ветра  $\tau^w = \{\tau_x^w, \tau_y^w\}$  определяем [Изменчивость гидрофизических полей..., 1986] через горизонтальную скорость ветра  $\mathbf{W}$  по формуле

$$\tau^w = k_1 \rho_a |\mathbf{W}| \mathbf{W} = k_1 \rho_a \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \{W_x W_y\}, \quad (1.7)$$

где  $\rho_a$  – плотность воздуха (во всех расчетах полагалось  $\rho_a = 1,2 \text{ кг/м}^3$ );

$k_1$  – безразмерный коэффициент. В работе [Краус, 1956] показано, что коэффициент сопротивления  $k_1$  слабо зависит от скорости ветра и в диапазоне скоростей 5–16 см/с можно считать его равным  $1,3 \cdot 10^{-3}$ .

Прохождение циклона сопровождается переносом воздушных масс вдоль траектории его движения, причем, эти воздушные массы вовлечены во вращательное движение, характеризующееся в Северном полушарии направлением против часовой стрелки.

Скорость градиентного ветра в неподвижном циклоне, при круговых изобарах называемого геоциклострофическим, находится из условия равновесия силы Кориолиса  $fW_g$ , центробежной силы  $\frac{W_g^2}{r}$  и радиального градиента атмосферного давления  $\frac{(p_a)_r}{\rho_a}$  [Кричак, 1956]:

$$fW_g + \frac{W_g^2}{r} = \frac{(p_a)_r}{\rho_a}. \quad (1.8)$$

Решая квадратное уравнение (1.8) относительно  $W_g$  имеем:

$$W_g = -\frac{fr}{2} + \left[ \left( \frac{fr}{2} \right)^2 + \frac{(p_a)_r r}{\rho_a} \right]^{1/2}. \quad (1.9)$$

В приводном слое, вследствие трения о подстилающую поверхность, вращательная составляющая несколько меньше геоциклострофической скорости  $W_g$ , а ее направление отклоняется от касательных к изобарам на угол  $\gamma = 20^\circ$ . В силу классического закона сложения скоростей, скорость ветра  $\mathbf{W}$  представляет собой векторную сумму поступательной и вращательной составляющих [Григоркина и др., 1986]. Поскольку поступательная составляющая равна  $c$ , то выражение для скорости приводного ветра принимает вид

$$\mathbf{W} = \mu W_g \widehat{T}(90^\circ + \gamma) \frac{\mathbf{r}}{r} + \mathbf{c}, \quad (1.10)$$

где  $\mu = 0,7$ ;

$\mathbf{r}$  – вектор, направленный от центра циклона к точке, в которой вычисляется  $W$ ;

$$\widehat{T}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} - \text{матрица поворота на угол } \alpha.$$

Компоненты вектора напряжения придонного трения представим нелинейными функциями составляющих полного потока [Вольцингер и др., 1968] с обычно используемым коэффициентом диссипации  $k_2 = 2,6 \cdot 10^{-3}$

$$\{\tau_x^h, \tau_y^h\} = k_2 \rho \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{H^2} \{U, V\}. \quad (1.11)$$

Интегрирование системы (1.1–1.3) с граничным условием (1.4) и начальными условиями (1.5) проведем численно на равномерной сетке с шагами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  по пространственным переменным и с шагом  $\Delta t$  по времени. Для этого перейдем от  $\{U, V, \zeta\}$  к сеточным функциям  $\{U, V, \zeta\}_{m,n}^k$ , определяемым в каждом узле  $(x_m, y_n, t_k)$  расчетной области,

где  $m = 0, 1, \dots, N_x$ ,  $n = 0, 1, \dots, N_y$ ,  $k = 0, 1, \dots, N_t$ ;  $N_x, N_y, N_t$  – количество шагов вдоль осей  $0x$ ;  $0y$  и по времени соответственно.

Следуя работам [Еремеев и др., 1996; Марчук и др., 1977; Иванов и др., 1999а; Иванов и др., 1999б;], построим неявную разностную схему переменных направлений, основанную на методе дробных шагов. Предварительно разобьем интервал времени  $\Delta t$  пополам:  $\Delta t^* = \Delta t / 2$  и введем вспомогательный шаг с дробным индексом  $k + 1/2$ . Тогда расщепляя уравнения движения (1.1), (1.2),

аппроксимируя производные их разностными аналогами и опуская для простоты нижние индексы  $m, n$ , получаем

$$\frac{U^{k+1/2} - U^k}{\Delta t^*} + gH\Lambda_x \zeta^{k+1/2} - fV^k = -\frac{1}{\rho} (H\Lambda_x \rho_a - \tau_x^w + \tau_x^h)^{k+1/2}, \quad (1.12)$$

$$\frac{V^{k+1/2} - V^k}{\Delta t^*} + gH\Lambda_y \zeta^{k+1/2} + fU^{k+1/2} = -\frac{1}{\rho} (H\Lambda_y \rho_a - \tau_y^w + \tau_y^h)^{k+1/2}, \quad (1.13)$$

$$\frac{V^{k+1} - V^{k+1/2}}{\Delta t^*} + gH\Lambda_y \zeta^{k+1} + fU^{k+1/2} = -\frac{1}{\rho} (H\Lambda_y \rho_a - \tau_y^w + \tau_y^h)^{k+1}, \quad (1.14)$$

$$\frac{U^{k+1} - U^{k+1/2}}{\Delta t^*} + gH\Lambda_x \zeta^{k+1} - fV^{k+1} = -\frac{1}{\rho} (H\Lambda_x \rho_a - \tau_x^w + \tau_x^h)^{k+1}. \quad (1.15)$$

Компоненты вектора напряжения придонного трения через сеточные функции выражают следующим образом:

$$\begin{aligned} (\tau_x^h)^{k+1/2} &= k_2 \rho \frac{U^{k+1/2} \sqrt{(U^k)^2 + (V^k)^2}}{H^2}, \\ (\tau_y^h)^{k+1/2} &= k_2 \rho \frac{V^{k+1/2} \sqrt{(U^{k+1/2})^2 + (V^k)^2}}{H^2}, \\ (\tau_y^h)^{k+1} &= k_2 \rho \frac{V^{k+1} \sqrt{(U^{k+1/2})^2 + (V^{k+1/2})^2}}{H^2}, \\ (\tau_x^h)^{k+1} &= k_2 \rho \frac{U^{k+1} \sqrt{(U^{k+1/2})^2 + (V^{k+1})^2}}{H^2}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Для конечно-разностных производных в (1.12) – (1.15) и далее введены обозначения:

$$\Lambda_x \varphi = \frac{\varphi_{m+1,n} - \varphi_{m-1,n}}{2\Delta x}, \quad \Lambda_y \varphi = \frac{\varphi_{m,n+1} - \varphi_{m,n-1}}{2\Delta y}, \quad \Lambda_{xy} \varphi = \Lambda_y (\Lambda_x \varphi), \quad (1.17)$$

$$\Lambda_{xx}\varphi = \frac{\varphi_{m+1,n} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m-1,n}}{\Delta x^2}, \quad \Lambda_{yy}\varphi = \frac{\varphi_{m,n+1} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m,n-1}}{\Delta y^2}.$$

Горизонтальные градиенты уровня моря находим, дифференцируя уравнение неразрывности (1.13) по пространственным переменным, заменяя оператор  $\partial/\partial t$  конечно-разностным отношением [Марчук и др., 1977] и усредняя по каждому временному полушагу вторые производные по  $x$  и  $y$ :

$$\begin{aligned} \Lambda_x \zeta^{k+1/2} &= \Lambda_x \zeta^k - \frac{\Delta t^*}{2} (\Lambda_{xx} U^k + \Lambda_{xx} U^{k+1/2} + 2\Lambda_{yx} V^k), \\ \Lambda_y \zeta^{k+1/2} &= \Lambda_y \zeta^k - \frac{\Delta t^*}{2} (\Lambda_{yy} V^k + \Lambda_{yy} V^{k+1/2} + 2\Lambda_{xy} U^{k+1/2}), \end{aligned} \tag{1.18}$$

$$\Lambda_y \zeta^{k+1} = \Lambda_y \zeta^{k+1/2} - \frac{\Delta t^*}{2} (\Lambda_{yy} V^{k+1/2} + \Lambda_{yy} V^{k+1} + 2\Lambda_{xy} U^{k+1/2}),$$

$$\Lambda_x \zeta^{k+1} = \Lambda_x \zeta^{k+1/2} - \frac{\Delta t^*}{2} (\Lambda_{xx} U^{k+1/2} + \Lambda_{xx} U^{k+1} + 2\Lambda_{yx} V^{k+1/2}).$$

Граница области интегрирования аппроксимируется ломаной, отрезки которой параллельны одной из горизонтальных осей. Согласно (1.4) на отрезках, параллельных оси  $Oy$ :

$$U^k = 0, \tag{1.19}$$

а на отрезках, параллельных оси  $Ox$ :

$$V^k = 0. \tag{1.20}$$

Из начальных условий (1.5) следует, что при  $k = 0$

$$U^0 = 0, \quad V^0 = 0, \quad \zeta^0 = 0. \quad (1.21)$$

Значения  $U$  и  $V$  на следующих временных слоях получаем, решая задачи (1.12), (1.15) с граничными условиями (1.19) и задачи (1.13), (1.14) с граничными условиями (1.20) методом прогонки [Годунов и др., 1977] с учетом выражений (1.16) и (1.18).

Функцию  $\zeta_{m,n}$  находим на каждом временном шаге, используя конечно-разностную аппроксимацию уравнения неразрывности (1.3)

$$\zeta_{m,n}^{k+1} = \zeta_{m,n}^k - \Delta t^* (\Lambda_x U^k + \Lambda_x U^{k+1} + \Lambda_y V^k + \Lambda_y V^{k+1}). \quad (1.22)$$

В итоге, исходная двумерная нестационарная задача сводится к последовательности одномерных разностных краевых задач, решаемых на каждом временном шаге методом прогонки. Контроль устойчивости вычислительного процесса осуществляется путем расчета на каждом временном шаге полной механической энергии жидкости в бассейне.

**1.3.2 Численная гидродинамическая модель для расчета параметров собственных колебаний уровня моря.** Рассмотрим свободные линейные длинные волны в однородной невязкой и несжимаемой жидкости, заполняющей бассейн переменной глубины, занимающий область  $\Omega$  и ограниченный контуром  $\Gamma$  (Рисунок 10).

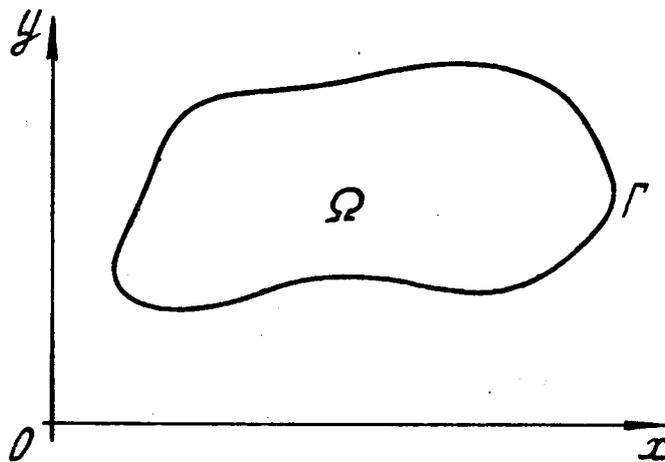


Рисунок 10 – Расчетная область

Вращением Земли пренебрежем. Исключение из уравнений членов, связанных с вращением Земли, применимо в том случае, когда частота процесса много больше инерционной частоты (параметра Кориолиса)  $f$  [Рабинович, 1993]. Характерное для средних широт значение  $f = 10^{-4}$  рад/с соответствует периоду около 17 часов. Для волн с периодами от нескольких десятков секунд до нескольких десятков минут предположение  $\omega \gg f$  вполне справедливо, однако на волны с периодами несколько часов вращение оказывает определенное влияние [Рабинович, 1993]. В работе [Иванов, 2008] указывается, что учет вращения бассейна имеет смысл, когда период сейши сопоставим с сутками, т. е. для медленных колебаний крупных бассейнов, таких как внутренние моря. В дальнейшем при интерпретации результатов этот вопрос будет обсуждаться.

В рассматриваемом случае движение жидкости описывается системой линейных уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial(h(x, y)u)}{\partial x} - \frac{\partial(h(x, y)v)}{\partial y}. \quad (1.25)$$

Здесь  $x, y$  – продольная и поперечная горизонтальные координаты;

$u, v$  – продольная и поперечная горизонтальные компоненты вектора скорости движения жидкости;

$\zeta$  – смещение свободной поверхности;

$h$  – глубина бассейна;

$t$  – время;

$g$  – ускорение свободного падения.

На твердых боковых границах бассейна должно выполняться условие непротекания

$$n_x u + n_y v = 0, \quad (1.26)$$

где  $n_x, n_y$  - направляющие косинусы внешней нормали  $n$  к береговой линии.

Решение системы (1.23) – (1.26) будем искать в виде периодических по времени функций (1.27).

$$u(x, y, t) = u_1(x, y)e^{i\sigma t}, \quad v(x, y, t) = v_1(x, y)e^{i\sigma t}, \quad \zeta(x, y, t) = \zeta_1(x, y)e^{i\sigma t}, \quad (1.27)$$

Подставляя вид решения (1.27) в систему (1.23) – (1.25), сведем ее к одному уравнению относительно отклонения свободной поверхности  $\zeta$

$$L(\zeta) = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\sigma^2}{g} \zeta = 0. \quad (1.28)$$

Используемая в граничных условиях (1.26) нормальная составляющая скорости к стенке бассейна выражается через проекции вектора скорости следующим образом:  $V_n = n_x u + n_y v$ . Используя это и (1.28), (1.23) – (1.25), запишем

$$V_n = \frac{ig}{\sigma} \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} n_x + \frac{\partial \zeta}{\partial y} n_y \right). \quad (1.29)$$

Выражение  $\frac{\partial \zeta}{\partial x} n_x + \frac{\partial \zeta}{\partial y} n_y$  представляет собой [Корн и др., 1974] производную функции  $\zeta$  по внешней нормали к границе бассейна. Таким образом, граничное условие (1.26) на контуре  $\Gamma$  примет вид

$$\Gamma(\zeta) = \frac{\partial \zeta}{\partial n} = 0. \quad (1.30)$$

Здесь  $\frac{\partial \zeta}{\partial n}$  – производная  $\zeta$  по внешней нормали к границе бассейна.

Итак, задача о свободных колебаниях жидкости в ограниченном бассейне переменной глубины сведена к краевой задаче (1.28), (1.30), являющейся задачей на собственные значения.

Будем аппроксимировать функцию  $\zeta$  пробной функцией  $\zeta^*$ , представленной в виде разложения по линейно независимым базисным функциям

$$\zeta^* = \sum_{m=1}^M (N_m \zeta_m), \quad (1.31)$$

где  $M$  – количество узлов в расчетной области;

$N_m$  – линейно независимые базисные функции;

$\zeta_m$  – значение искомой функции в узле с номером  $m$ .

Если система базисных функций в разложении (1.31) удовлетворяет условию полноты (при  $M$ , стремящемся к бесконечности, выражение (1.31) будет сколь угодно точно аппроксимировать функцию  $\zeta$ ), то, определив параметры этого разложения, найдем приближенное решение краевой задачи (1.28), (1.30).

Для отыскания параметров разложения (1.31) воспользуемся [Коннор и др., 1979; Зенкевич и др., 1986] методом взвешенных невязок (МВН). Пробная функция  $\zeta^*$  априори не удовлетворяет ни уравнению (1.28), ни граничному условию (1.30). Подстановка  $\zeta^*$  в уравнение и граничное условие дает невязку по области

$$R_1 = L(\zeta^*) \neq 0$$

и по границе

$$R_2 = \Gamma(\zeta^*) \neq 0.$$

Минимизируем взвешенную сумму невязок по области и по границе, полагая

$$\oint_{\Omega} W_l R_1 d\Omega + \oint_{\Gamma} W_{*l} R_2 d\Gamma = 0; \quad l = 1, 2, \dots, M. \quad (1.32)$$

Найдем такие параметры разложения (1.31), что функция  $\zeta^*$  будет приближать точное решение. В (1.32) через  $W_l$  и  $W_{*l}$  обозначены весовые функции. Они могут быть выбраны независимо.

Запишем уравнение МВН для краевой задачи (1.28), (1.30)

$$\oint_{\Omega} ([h\zeta_x^*]_x + [h\zeta_y^*]_y) W_l d\Omega + \frac{\sigma^2}{g} \oint_{\Omega} \zeta^* W_l d\Omega + \oint_{\Gamma} h\zeta_n^* W_l^* d\Gamma = 0; \quad l = 1, 2, \dots, M, \quad (1.33)$$

где  $\zeta_n^*$  – производная функции  $\zeta^*$  по нормали к границе бассейна;

$\Omega$  – область интегрирования, занятая акваторией бассейна;

$\Gamma$  – береговая черта.

Воспользовавшись первой формулой Грина [Владимиров, 1981], преобразуем первое слагаемое в (1.33)

$$\oint_{\Omega} ([h\zeta_x^*]_x + [h\zeta_y^*]_y) W_l d\Omega = -\oint_{\Omega} h(W_{lx} \zeta_x^* + W_{ly} \zeta_y^*) d\Omega + \oint_{\Gamma} h\zeta_n^* W_l d\Gamma; \quad l = 1, 2, \dots, M. \quad (1.34)$$

Ограничим выбор весовых функций требованием

$$W_l = -W_l^* \quad \text{на } \Gamma. \quad (1.35)$$

Тогда с учетом (1.34), (1.35) система уравнений МВН (1.33) примет вид

$$\oint_{\Omega} h(W_{lx} \zeta_x^* + W_{ly} \zeta_y^*) d\Omega - \frac{\sigma^2}{g} \oint_{\Omega} \zeta^* W_l d\Omega = 0, \quad l = 1, 2, \dots, M. \quad (1.36)$$

Выражение (1.36) представляет собой слабую формулировку метода взвешенных невязок [Зенкевич и др., 1986]. Граничное условие (1.30) в данном случае является естественным и выполнено за счет выбора весовых функций в соответствии с правилом (1.35). Достоинством такой формулировки является то, что теперь нет необходимости предпринимать какие-либо усилия для выполнения граничных условий, порядок производных от базисных функций снизился на единицу. Недостатком этого подхода является то, что скорость сходимости этой аппроксимации несколько медленнее, чем при использовании общей формулировки МВН [Марчук и др., 1981].

Выберем согласно методу Галеркина [Зенкевич и др., 1986] в качестве весовых функций базисные и, подставляя в (1.36) вместо функции  $\zeta^*$  ее выражение через базисные функции, получим

$$\sum_{m=1}^M \left( \oint_{\Omega} h(N_{lx}N_{mx} + N_{ly}N_{my}) \zeta_m d\Omega - \frac{\sigma^2}{g} \oint_{\Omega} N_l N_m \zeta_m d\Omega \right) = 0, l = 1, 2, \dots, M. \quad (1.37)$$

В матричном виде (1.37) запишется так

$$A\zeta - \lambda B\zeta = 0, \left( \lambda = \frac{\sigma^2}{g} \right), \quad (1.38)$$

где  $A, B$  – глобальные матрицы системы (1.37).

Таким образом, применение МВН позволило свести дифференциальную краевую задачу к обобщенной матричной задаче на собственные значения. Элементы матриц  $A, B$  вычисляются по формулам

$$A_{lm} = \oint_{\Omega} h(N_{lx}N_{mx} + N_{ly}N_{my}) \zeta_m d\Omega, \quad (1.39)$$

$$B_{lm} = \oint_{\Omega} N_l N_m \zeta_m d\Omega. \quad (1.40)$$

Решив задачу (1.38), найдем периоды собственных колебаний и соответствующие им собственные функции. Для того чтобы получить ее решение необходимо задать базисные функции. В случае, когда область  $\Omega$  имеет сложную форму, ее удобно разбить на ряд неперекрывающихся подобластей или элементов  $\Omega^e$ , имеющих простую форму, и задать базисные функции единообразно отдельно на каждом элементе. При этом надо положить их равными нулю всюду, кроме элемента, которому они соответствуют и примыкающих к нему подобластей. Это значительно упростит вычисления, а также позволит получить матрицы, имеющие ленточную структуру, что является преимуществом такого подхода. В этом и заключается идея метода конечных элементов (МКЭ) [Зенкевич и др., 1986]. Входящие в аппроксимирующие уравнения определенные интегралы могут быть вычислены простым суммированием их вкладов по каждой подобласти при условии, что [Зенкевич и др., 1986]

$$\sum_{e=1}^E \Omega^e = 0.$$

Здесь  $E$  – общее количество элементов, на которое разбивается область  $\Omega$ .

Теперь для построения матриц  $A$  и  $B$  достаточно вычислить вклад каждого элемента и провести ансамблирование уравнений. Подробно процесс ансамблирования описан в [Зенкевич и др., 1986; Норри и др., 1981].

Выберем в качестве конечного элемента треугольный элемент (Рисунок 11).

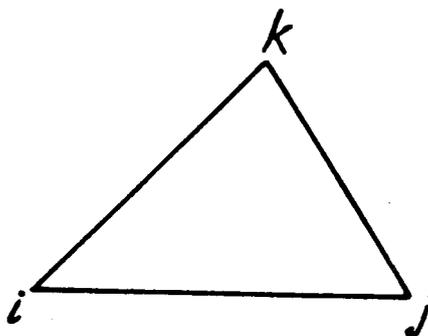


Рисунок 11 – Типовой конечный элемент

Треугольные конечные элементы позволяют с высокой степенью точности аппроксимировать профили бассейнов со сложной геометрией и хорошо себя зарекомендовали при решении задач гидродинамики. Рассмотрим такие конечные элементы, узлы которых  $i, j, k$  пронумерованы против часовой стрелки и совпадают с вершинами треугольников.

Будем аппроксимировать базисную функцию  $N_i^e(x, y)$  так, чтобы она принимала значение единица в узле  $i$  элемента  $e$  и была равна нулю в узлах  $j, k$  этого элемента. Кроме того, глобальная базисная функция должна быть непрерывна при переходе через границу элемента и отличаться от нуля на элементах, содержащих узел  $i$  [Зенкевич и др., 1986]. Это требование непрерывности можно обеспечить, предположив линейность  $N_i^e(x, y)$  на элементе:

$$N_i^e(x, y) = \alpha_i^e + \beta_i^e x + \gamma_i^e y \quad (1.41)$$

Такая система базисных функций удовлетворяет условиям полноты и допустимости для рассматриваемой задачи [Зенкевич и др., 1986]. Постоянные, входящие в (1.41), найдем из условий:

$$N_i^e(x_i, y_i) = 1, N_i^e(x_j, y_j) = 0, N_i^e(x_k, y_k) = 0, \quad (1.42)$$

которые приводят к следующей системе уравнений:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i^e \\ \beta_i^e \\ \gamma_i^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

с решением

$$\alpha_i^e = \frac{x_j y_k - x_k y_j}{\Delta^e}, \beta_i^e = \frac{y_i - y_k}{\Delta^e}, \gamma_i^e = \frac{x_k - x_j}{\Delta^e}, \quad (1.44)$$

где

$$\Delta^e = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \quad (1.45)$$

и равен удвоенной площади элемента  $e$ . Значения  $\alpha_j^e, \beta_j^e, \gamma_j^e, \alpha_k^e, \beta_k^e, \gamma_k^e$  можно вычислить по формулам, получающимся из (1.44) путем циклической перестановки индексов.

С учетом (1.39) найдем ненулевой вклад в  $A\zeta$  из (1.38) от некоторого элемента общего вида с узлами  $i, j, k$  (Рисунок 11):

$$A^e \zeta^e = \oint_{\Omega^e} h \begin{bmatrix} (N_{i_x}^e)^2 + (N_{i_y}^e)^2 & N_{i_x}^e N_{j_x}^e + N_{i_y}^e N_{j_y}^e & N_{i_x}^e N_{k_x}^e + N_{i_y}^e N_{k_y}^e \\ N_{i_x}^e N_{j_x}^e + N_{i_y}^e N_{j_y}^e & (N_{j_x}^e)^2 + (N_{j_y}^e)^2 & N_{j_x}^e N_{k_x}^e + N_{j_y}^e N_{k_y}^e \\ N_{k_x}^e N_{i_x}^e + N_{k_y}^e N_{i_y}^e & N_{k_x}^e N_{j_x}^e + N_{k_y}^e N_{j_y}^e & (N_{k_x}^e)^2 + (N_{k_y}^e)^2 \end{bmatrix} dx dy \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

где  $\zeta^e = \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix}$  – вектор значений функции  $\zeta$  в узлах  $i, j, k$ .

Из (1.42) получим

$$N_{i_x}^e = \beta_i^e, N_{i_y}^e = \gamma_i^e. \quad (1.47)$$

Выражения для производных от  $N_j^e, N_k^e$  аналогичны (1.47). Когда глубина бассейна  $h$  переменная, удобно принять ее постоянной на элементе, заменив ее средним значением. Учитывая это допущение, а также, что

$$\oint_{\Omega^e} dx dy = \frac{\Delta^e}{2}$$

проведем интегрирование в (1.46):

$$A^e \zeta^e = \frac{h\Delta^e}{2} \begin{bmatrix} (\beta_i^e)^2 + (\lambda_i^e)^2 & \beta_i^e \beta_j^e + \gamma_i^e \gamma_j^e & \beta_i^e \beta_k^e + \gamma_i^e \gamma_k^e \\ \beta_j^e \beta_i^e + \gamma_j^e \gamma_i^e & (\beta_j^e)^2 + (\lambda_j^e)^2 & \beta_j^e \beta_k^e + \gamma_j^e \gamma_k^e \\ \beta_k^e \beta_i^e + \gamma_k^e \gamma_i^e & \beta_k^e \beta_j^e + \gamma_k^e \gamma_j^e & (\beta_k^e)^2 + (\lambda_k^e)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix}. \quad (1.48)$$

Теперь с учетом (1.40) найдем ненулевой вклад в  $B\zeta$  из (1.38) от аналогичного элемента  $e$  общего вида с узлами  $i, j, k$ :

$$B^e \zeta^e = \oint_{\Omega^e} \begin{bmatrix} (N_i^e)^2 & N_i^e N_j^e & N_i^e N_k^e \\ N_j^e N_i^e & (N_j^e)^2 & N_j^e N_k^e \\ N_k^e N_i^e & N_k^e N_j^e & (N_k^e)^2 \end{bmatrix} dx dy \begin{bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix}. \quad (1.49)$$

Для проведения интегрирования в (1.49) удобно воспользоваться параметрическим преобразованием [Марчук и др., 1981], которое сведет произвольный треугольный элемент  $\Omega^e$  к прямоугольному треугольнику  $E$  с катетами равными единице (Рисунок 12):

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)\xi + (x_3 - x_1)\eta \quad (1.50)$$

$$y = y_1 + (y_2 - y_1)\xi + (y_3 - y_1)\eta \quad (1.51)$$

$$\xi = [(y_3 - y_1)(x - x_1) - (x_3 - x_1)(y - y_1)] [(y - y_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]^{-1}, \quad (1.52)$$

$$\eta = [(y_2 - y_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(y - y_1)] [(y_2 - y_1)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)]^{-1}.$$

Для якобиана преобразования имеем такое выражение:

$$I(\xi, \eta) = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}. \quad (1.53)$$

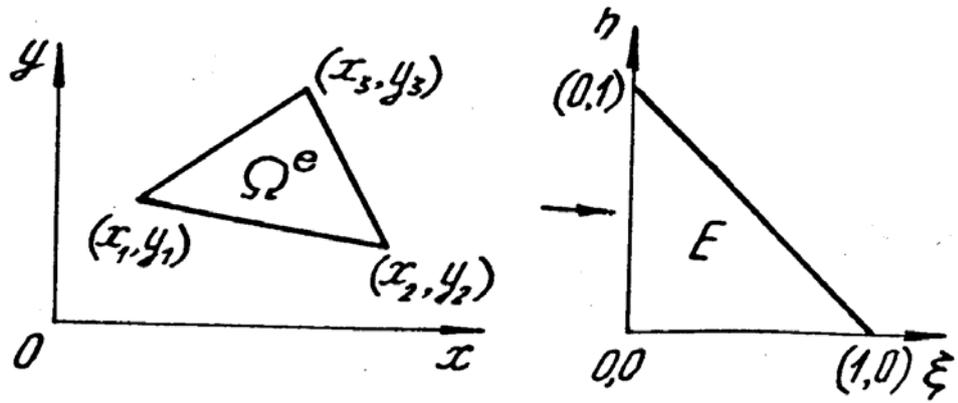


Рисунок 12 – Схема параметрического преобразования конечных элементов

Получим формулы, которые позволят аналитически вычислить интегралы, определяющие элементы матрицы  $B^e$  в (1.49). Легко видеть, что все эти интегралы имеют одинаковую форму и достаточно получить формулы для вычисления одного интеграла

$$\int_{\Omega^e} N_j^e N_i^e dx dy.$$

Формулы для остальных интегралов будут аналогичными. С учетом (1.42), (1.43) базисная функция  $N = \alpha + \beta x + \gamma y$  примет вид:

$$N = \alpha^* + \beta^* \xi + \gamma^* \eta, \quad (1.54)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \alpha + \beta x_i + \gamma y_i \\ \beta^* &= \beta(x_2 - x_1) + \gamma(y_2 - y_1), \\ \gamma^* &= \beta(x_3 - x_1) + \gamma(y_3 - y_1). \end{aligned} \quad (1.55)$$

Заменяя вычисление поверхностного интеграла вычислением двукратного интеграла [Кудрявцев, 1985], и, учитывая Рисунок 12, имеем

$$\oint_{\Omega^e} N_j^e(x, y) N_i^e(x, y) dx dy = \int_0^1 \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} N_j^e(\xi, \eta) N_i^e(\xi, \eta) abs(I) d\eta d\xi. \quad (1.56)$$

Проведя интегрирование в (1.56) с использованием (1.54), (1.55), и, принимая во внимание, что модуль якобиана  $abs(I) = abs(\Delta^e)$ , получим

$$\oint_{\Omega^e} N_j^e(x, y) N_i^e(x, y) dx dy = (z_1 + z_2 + z_3 + z_4) abs(\Delta^e). \quad (1.57)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} z_1 &= r_1 + r_3/2 + r_6/3, z_2 = (r_2 - r_1 + r_4/2 - r_3 - r_6)/2, \\ z_3 &= (-r_2 + r_5 + r_3/2 - r_4 + r_6)/3, z_4 = (r_4/2 - r_5 - r_6/3)/4, \\ r_1 &= \alpha_i^* \alpha_j^*, r_2 = \alpha_i^* \beta_j^* + \alpha_j^* \beta_i^*, r_3 = \alpha_i^* \gamma_j^* + \alpha_j^* \gamma_i^*, \\ r_4 &= \beta_i^* \gamma_j^* + \beta_j^* \gamma_i^*, r_5 = \beta_i^* \beta_j^*, r_6 = \gamma_i^* \gamma_j^*. \end{aligned}$$

Вычислив вклад каждого элемента в матрицы  $A, B$  и, проведя ансамблирование этих матриц объединением по узлам [Зенкевич и др., 1986; Норри и др, 1981], получим в итоге обобщенную матричную задачу на собственные значения. Отметим, что использование метода Галеркина в сочетании с МКЭ приводит к симметричным матрицам  $A, B$ , имеющим ленточную структуру [Норри и др, 1981]. Ширина ленты определяется максимальной разностью между соседними номерами вершин конечных элементов и зависит от способа нумерации вершин.

Для решения обобщенной матричной задачи на собственные значения (1.38) воспользуемся алгоритмами, приведенными в [Уилкинсон и др, 1976]. Сначала обобщенная матричная задача на собственные значения приводилась к стандартной задаче на собственные значения с помощью процедуры *reduc1* [Уилкинсон и др, 1976]. Такое приведение выполняется на основе разложения

Холецкого [Самарский и др, 1978] для матрицы  $B$ . Если представить эту матрицу в виде

$$B = LL^T, \quad (1.58)$$

где  $L$  – нижняя треугольная матрица, то систему уравнений (1.38) можно записать так:

$$(L^{-1}AL^{-T})(L^T x) = \lambda(L^T x). \quad (1.59)$$

При этом собственные значения системы (1.38) остаются такими же, что и для

$$Py = Ly,$$

где  $P$  – симметричная матрица вида  $(L^{-1}AL^{-T})$ .

Далее, если обозначить собственный вектор для приведенной задачи через  $z$ , то для определения собственных векторов  $x, y$  исходной системы уравнений необходимо выполнить с помощью процедуры *rebaka* [Уилкинсон и др, 1976] следующее преобразование

$$L^T x = z, y = Lz. \quad (1.60)$$

Решение стандартной задачи на собственные значения осуществляется в два этапа. Сначала с использованием процедуры *tred1* [Уилкинсон и др, 1976], выполняющей преобразование Хаусхолдера, матрица системы приводится к трехдиагональному виду. На втором этапе на основе *QL*-алгоритма с неявным сдвигом, реализованном в процедуре *imtql2* [Уилкинсон и др, 1976], определяются собственные значения и собственные векторы полученной трехдиагональной матрицы.

**1.3.3 Численная гидродинамическая модель ADCIRC для исследования длинноволновой динамики в прибрежной зоне.** Для исследования сейшевых колебаний в Севастопольской и Карантинной бухтах в настоящей работе применялась линейная модификация численной гидродинамической модели ADCIRC (Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries). Подробное описание модели дано в работах [Luettich et al., 1992; Luettich et al., 2004; Фомин и др., 2017]. Ниже используется вариант модели, основанный на осредненных по глубине линеаризованных уравнениях движения без учета силы Кориолиса [Манилюк и др., 2019]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = A_h \frac{\Delta q_x}{H}, \quad \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = A_h \frac{\Delta q_y}{H}, \quad (1.61)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0. \quad (1.62)$$

Здесь  $U, V$  – средние по глубине компоненты вектора скорости движения по осям  $x$  и  $y$  соответственно;

$t$  – время;

$\eta$  – уровень воды в бассейне;

$H = h + \eta$  – динамическая глубина;

$\Delta$  – оператор Лапласа по пространственным переменным;

$A_h$  – коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости;

$q_x = UH, q_y = VH$  – компоненты вектора полных потоков.

На твердых боковых стенках расчетной области использовалось граничное условие непротекания. Для того чтобы исключить влияние нелинейности трения на дне задавалось граничное условие скольжения [Манилюк и др., 2019].

Численный алгоритм модели *ADCIRC* основан на методе конечных элементов, использующем треугольные элементы с линейными базисными функциями. Для снижения уровня вычислительного шума при численном интегри-

ровании системы (1.61), (1.62) уравнение неразрывности представляется в виде уравнения *GWCE* (*Generalized Wave Continuity Equation*) [Luettich et al., 1992]. Уровень вычислительного шума в *GWCE* регулируется некоторым параметром  $\tau_0$  [Манилюк и др., 2019].

## Выводы к Разделу 1

На основе литературных источников дан обзор современного состояния проблемы. Предметом исследования являются сейшевые и сгонно-нагонные колебания уровня в Черном и Азовском морях, которые могут быть причиной опасных явлений в прибрежной зоне, затрудняющих судоходство и препятствующих работе портов. Сгонно-нагонные и сейшевые колебания уровня в Черном и Азовском морях к настоящему моменту изучены недостаточно, что затрудняет достоверное прогнозирование этих явлений.

Методом исследований сгонно-нагонных и сейшевых колебаний являются натурные наблюдения и математическое моделирование. В данном разделе сделан подробный обзор всех доступных материалов, посвященных анализу данных натурных наблюдений и результатам математического моделирования сгонно-нагонных и сейшевых колебаний в Черном и Азовском морях. Приведено описание математических моделей, использующихся для проведения исследований в последующих разделах настоящей работы.

Представлена, разработанная автором, гидродинамическая модель для расчета параметров собственных колебаний жидкости в ограниченных бассейнах, основанная на методе конечных элементов [Манилюк и др., 1994].

## РАЗДЕЛ 2 СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ ЧЕРНОГО И АЗОВСКОГО МОРЕЙ

### 2.1 Постановка задачи и метод решения

Величины периодов собственных колебаний воды, заполняющей бассейн, зависят от его батиметрии и профиля береговой черты. Собственным периодам соответствуют собственные функции, определяющие пространственную структуру колебаний уровня. Периоды сейш – периоды собственных колебаний, и их пространственная структура описывается собственными функциями. Поэтому, при исследовании сейшевых колебаний практически ценно получить оценки собственных периодов и собственных функций водоема.

Учет влияния вращения Земли на параметры сейш необходим, когда их период сопоставим с инерционным [Иванов, 2008]. По данным наблюдений [Герман, 1970; Фомичева, 1975; Волкова и др, 1978; Медведев и др, 2016] величины периодов сейш в Черном и Азовском морях не превышают 10–12 ч. За исключением низшей моды Азовского моря, период которой по данным наблюдений составляет 24,5 ч [Герман, 1970; Волкова и др, 1978]. Поэтому для расчета собственных колебаний Азовского и Черного морей допустимо пренебречь вращением Земли. А для периода низшей моды сейш Азовского моря сделать индивидуальную поправку, учитывающую вращение Земли на основе результатов исследований Rao D.V. для прямоугольного бассейна постоянной глубины с соотношением сторон  $2 \times 1$ , приведенных в [Rao, 1965].

В настоящем разделе с использованием математического моделирования исследуются собственные колебания уровня в Черном и Азовском морях с периодами большими одного часа и их возможный вклад в формирование гидрологического режима в прибрежных районах моря. Проводится сравнительный анализ с результатами, полученными другими исследователями. Примененный здесь метод конечных элементов позволяет достаточно точно аппроксимиро-

вать береговую черту и батиметрию данных морей.

Будем предполагать, что бассейны Черного и Азовского морей замкнутые, волны длинные, баротропные и линейные, вращением Земли пренебрежем. В этом случае движение воды будет описываться линейной системой длинных волн (1.23)–(1.25) с граничными условиями непротекания (1.26) на вертикальных боковых твердых стенках бассейна. Решение ищется в виде (1.27) периодических по времени функций. В результате задача сводится к решению одного уравнения относительно возвышения свободной поверхности (1.28) с граничным условием непротекания на твердых боковых стенках (1.30). Полученная краевая задача решается с помощью конечно-элементной численной модели, разработанной автором, описание которой дано в подразделе 1.3.2. настоящей работы.

## **2.2 Собственные колебания уровня Черного моря**

**2.2.1 Периоды и пространственная структура собственных колебаний уровня Черного моря.** Для решения задачи о собственных колебаниях уровня в Черном море используется треугольная сетка метода конечных элементов (Рисунок 13), включающая в себя 448 линейных треугольных элементов с 260 узлами. В результате выполненных расчетов были найдены периоды первых десяти собственных мод Черного моря и соответствующие им собственные функции, описывающие пространственную структуру колебаний уровня моря. Значения полученных периодов таковы: 10,9; 7,5; 6,3; 5,5; 4,6; 4,4; 3,7; 3,3; 3,1, 2,9 ч [Иванов и др., 1996].

На Рисунке 14 представлены значения периодов старших мод сейшевых колебаний Черного моря, полученные на основе математического моделирования и данных натуральных наблюдений. Как видно из Рисунка 14, рассчитанные на основе математической модели значения периодов собственных колебаний Черного моря, хорошо согласуются с периодами сейш, выделенными в резуль-

тате обработки данных природных наблюдений. Это свидетельствует о работоспособности разработанной численной математической модели.

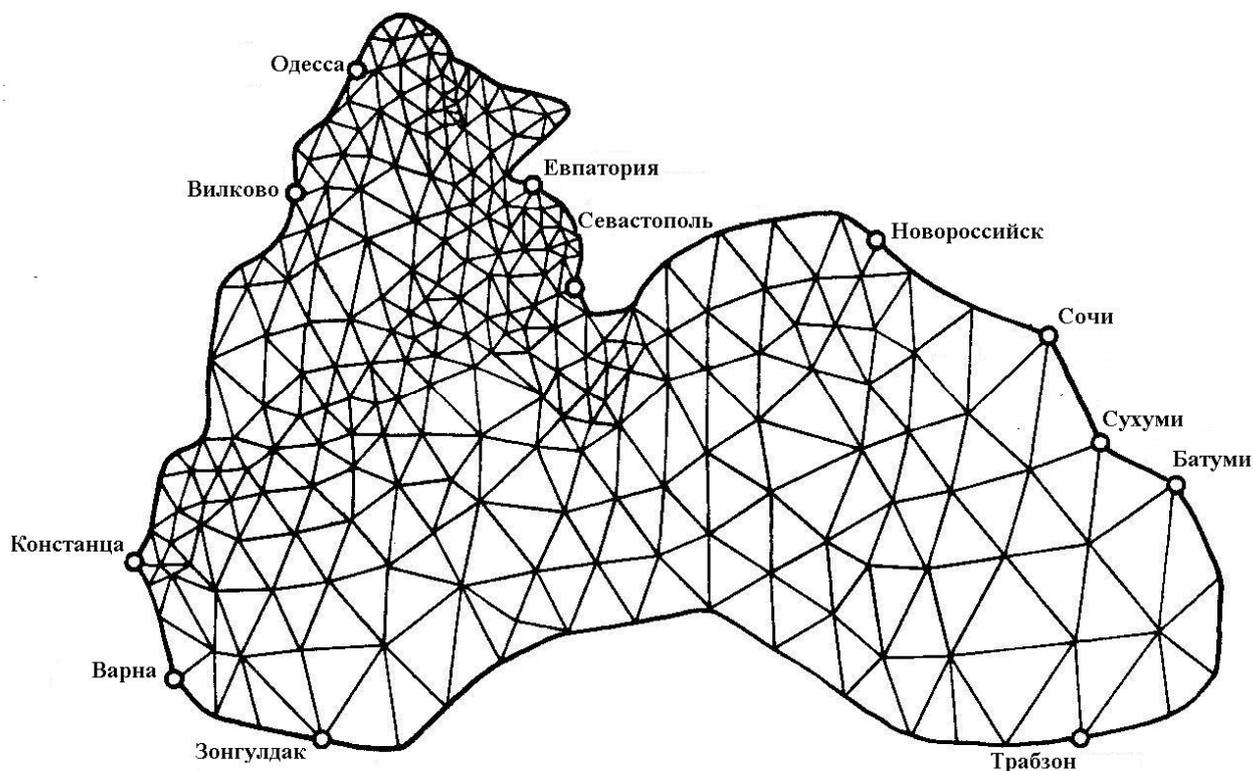


Рисунок 13 – Сетка метода конечных элементов для Черного моря

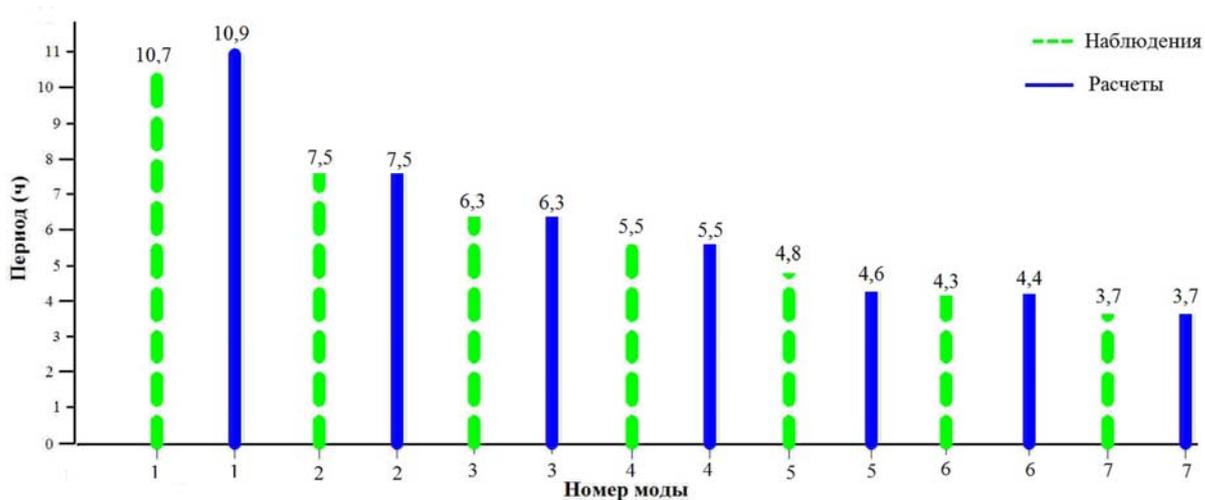


Рисунок 14 – Значения периодов сейш Черного моря, полученные на основе численного моделирования и данных природных наблюдений

[Герман, 1970; Фомичева, 1975; Медведев и др., 2016]

Ниже приводится детальный анализ пространственной структуры собственных мод Черного моря и сопоставление результатов расчетов с данными натурных наблюдений.

На Рисунке 15 представлены изолинии уровня для первых восьми собственных мод Черного моря. При расчетах функция отклонения уровня моря  $\zeta(x, y)$  нормировалась таким образом, что  $\zeta_{\max} = 1$  м. На всех рисунках 15 значения  $\zeta(x, y)$  показаны увеличенными в десять раз.

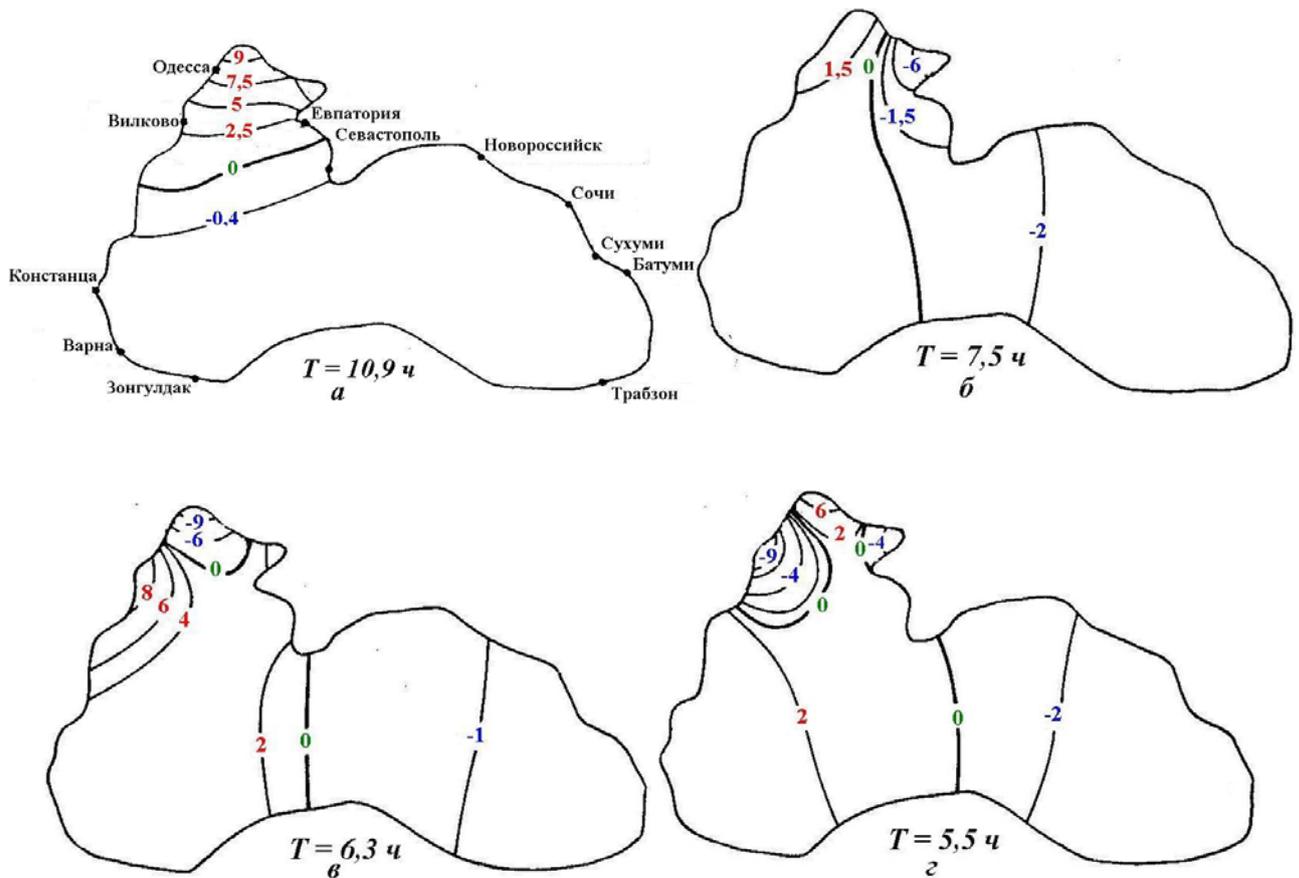


Рисунок 15 – Изолинии  $\zeta(x, y)$  для первых восьми мод собственных колебаний уровня бассейна Черного моря



чевска (75% от максимума), пос. Черноморск Одесской области (50% от максимума). На побережье Крымского полуострова проявление первой собственной моды незначительно. Исключение составляет береговая черта, выходящая в Каркинитский залив, в котором интенсивность колебаний высока и возрастет на 30% с углублением в него. Вне северо-западной части моря амплитуда моды с периодом 10,9 ч незначительна. Ее наибольшее значение, достигаемое на восточной оконечности моря, в 15 раз меньше максимума в северо-западной части моря. Это хорошо согласуется с выводами, полученными в работе [Медведев и др., 2016]. В ней на основе обработки данных наблюдений за уровнем моря в Одессе за период с 1977 г. по 1995 г. установлено, что в спектре колебаний уровня наиболее ярко выражен максимум на периоде 10,7 ч. При этом данная мода сейш не выделяется в Ялте и Батуми. Отметим, что мода с периодом близким к 10 часам выделена в результате математического моделирования на основе решения задачи на собственные значения в следующих работах: 9,7 ч [Архипкин и др., 1989; Иванов и др., 1992], 9,5 ч [Марамзин, 1985]. Полученные значения несколько меньше полученного нами. Это связано, скорее всего, с точностью аппроксимации северо-западной части Черного моря, которая оказывает существенное влияние на параметры сейш. В статье [Манилюк и др., 1996] исследовано влияния глубины, размеров и расположения залива на характеристики сейш в замкнутом бассейне в целом. В ней, в частности, показано, что наличие залива приводит к увеличению периодов собственных колебаний в бассейне, особенно, первой моды. В [Баклановская и др., 1986] при моделировании сейш обрезана северо-западная часть Черного моря. В результате период старшей моды составил 4,6 ч. В работе [Engel, 1974] путем спектрального анализа результатов расчетов по численной модели определены характеристики свободных колебаний в Черном море, возникающие в результате нагонов под воздействием восточного и южного ветров скоростью 20 м/с. В частности, период первой моды составил 10,2 ч. В [Еремеев и др., 1996] установлено, что при прохождении над Черным морем юго-западных циклонов формируется сейша с периодом 9,6 ч. Также на существование моды с периодом около 10 часов ука-

зывается в работах [Иванов и др., 1989; Горячкин и др., 2006] и других.

На Рисунке 15 б представлены изолинии возвышения свободной поверхности  $\zeta(x, y)$  для второй собственной моды колебаний уровня Черного моря, имеющей период 7,5 часа. Эта волна является одноузловой сейшей с узловой линией, проходящей от Очакова поперек моря в южном направлении. Особенностью этой сейши является то, что она на побережье моря проявляется слабо и лишь в Каркинитском заливе достигает значительной интенсивности. Так, например, в Черноморском амплитуда данной волны составляет 60% от  $\zeta_{\max}$  и более чем в два раза превосходит амплитуду в Одессе. Видимо, поэтому, упоминаний об этой сейше в работах, посвященных анализу данных наблюдений, практически нет. Лишь в [Endros, 1932] выделен этот период на основе данных 9-суточных записей уровня моря, содержащихся в работе [Курчатов, 1925].

Третья мода собственных колебаний – это двухузловая сейша, имеющая период 6,3 ч. Изолинии  $\zeta(x, y)$  для нее изображены на Рисунке 15 в. Одна узловая линия этой волны проходит от южной оконечности Крымского полуострова поперек моря на юг, другая начинается южнее Одессы и проходит на восток к Очакову. Для данной моды характерна высокая интенсивность колебаний по всей протяженности северо-западного побережья моря (за исключением областей, примыкающих к узловой линии). Максимальная амплитуда имеет место в районе пос. Южное, в Вилково амплитуда составляет 85% от  $\zeta_{\max}$ , в Одессе – 25%, в Констанце – 13%. В Каркинитском заливе и на побережье Крыма эта волна проявляется очень слабо. Наличие сейши с периодом 6,3 ч отмечается при анализе данных наблюдений в [Endros, 1932; Блатов и др., 1984].

На Рисунке 15 г показаны изолинии возвышения свободной поверхности  $\zeta(x, y)$  для четвертой моды собственных колебаний с периодом 5,5 ч. Как видно из рисунка, эта волна имеет три узловые линии. Одна узловая линия проходит от Ялты поперек моря в южном направлении, другая расположена поперек входа в Каркинитский залив, третья начинается между Одессой и пос. Южное и проходит, изгибаясь, с востока на запад к району южнее Вилково. Данная мода

имеет значительную интенсивность по всему побережью северо-западной части моря. В Вилково ее амплитуда составляет 62% от  $\zeta_{\max}$ , в Одессе – 16%, в Констанце – 19%, в Южном – 70%, в западной оконечности Каркинитского залива – 60%. По данным наблюдений эта сейша выделяется в [Endros, 1932; Блатов и др., 1984; Медведев и др., 2016]. Численно период 5,6 ч выделен в работах [Мамзин, 1985; Иванов и др., 1992].

Пятая мода собственных колебаний является четырехузловой сейшей с периодом 4,6 ч, изолинии  $\zeta(x, y)$  показаны на Рисунке 15 д. Одна узловая линия этой волны проходит от Керченского полуострова поперек моря в южном направлении, другая расположена у входа в Каркинитский залив. Наиболее сильно эта мода проявляется в центральной части западного побережья моря. Так в Вилково амплитуда этой волны составляет 95% от  $\zeta_{\max}$ . В остальных пунктах побережья амплитуда колебаний значительно меньше: в Одессе – 10% от  $\zeta_{\max}$ , в Евпатории – 8%, в Приморском – 6% и лишь в пос. Южное – 35%. Существование этой сейши подтверждается данными наблюдений [Endros, 1932; Герман, 1970; Блатов и др., 1984].

В работе [Герман, 1970] указывается, что вклад в энергетический спектр сейши с периодом 4,8 ч уступает только вкладу волны с периодом 12 ч. При этом сейша с таким периодом проявлялась лишь в п. Вилково. В [Герман, 1970] выдвигается две гипотезы происхождения этой волны. Первая состоит в том, что колебания с периодом 4,8 часа являются продольной одноузловой сейшей Черного моря. Вторая гипотеза заключается в следующем. Поскольку п. Вилково расположен в 19 км от морского края дельты р. Дунай, то можно предположить, что волна с периодом около 4,8 ч есть мелководная составляющая прилива. Вторая гипотеза автору [Герман, 1970] кажется более обоснованной, т.к. ему не удалось обнаружить проявление волны с периодом 4,8 ч в пунктах, расположенных в других районах побережья Черного моря. В [Медведев и др., 2016] выявлена сейша с периодом 4,8 ч в пунктах Прорва (расположен недалеко от Вилково) и в Батуми. Анализ выполненных в настоящей работе расчетов показал, что в спектре собственных колебаний Черного моря имеется период рав-

ный 4,6 ч, который соответствует продольной четырехузловой сейше Черного моря (Рисунко 15 д). Особенностью этой волны является то, что в районе п. Вилково ее амплитуда достигает максимального значения, а за пределами этого района она проявляется слабо. С этим, по нашему мнению, и связано то, что по результатам обработки данных наблюдений в [Герман, 1970] данная сейша регистрируется только в районе п. Вилково. Отметим, что период собственных колебаний уровня в бассейне Черного моря близкий или равный 4,8 ч получался при расчетах и в других работах [Иванов и др., 1992; Марамзин, 1985]. Таким образом, можно заключить, что сейша с периодом 4,8 ч существует в Черном море и имеет продольную структуру.

Шестая мода собственных колебаний имеет четыре узловые линии и период 4,3 ч. Картина изолиний  $\zeta(x, y)$  для этой волны приведена на Рисунке 15 е. Одна узловая линия сейши проходит от Керченского полуострова в южном направлении, другая – от Севастополя на запад, третья расположена поперек входа в Каркинитский залив, четвертая соединяет Вилково с Очаковым. Наибольшую интенсивность эта волна имеет в Каркинитском заливе. Из пунктов побережья наибольшему воздействию сейши с периодом 4,3 ч подвергается Одесса, в которой амплитуда волны составляет 45% от  $\zeta_{\max}$ . Об этом свидетельствуют и данные наблюдений [Блатов и др., 1984], согласно которым в Одессе выделяется пик в энергетическом спектре на периоде равном четырем часам. Также в работе [Медведев и др., 2016] в пунктах Прорва, Одесса, Батуми выделяется мода с периодом 4,1 ч. Мода с периодом 4,2 ч выделена в работе [Иванов и др., 1992] на основе математического моделирования.

На Рисунке 15 ж изображены изолинии  $\zeta(x, y)$  для седьмой моды собственных колебаний, имеющей период 3,7 часа и четыре узловые линии. Одна узловая линия проходит от Новороссийска на юг, другая – от Севастополя на северо-запад, третья – от Черноморского на северо-запад, четвертая – вдоль побережья Румынии. Наиболее заметно эта волна проявляется в Вилково, где ее амплитуда составляет 75% от  $\zeta_{\max}$  и Южном – 95%. В Каркинитском заливе интенсивность колебаний данной моды слабая. О существовании этой сейши по

результатам анализа данных натуральных наблюдений указывается в [Endros, 1932; Блатов и др., 1984]. При помощи математического моделирования мода с периодом 3,5 ч выделена в [Марамзин, 1985], а с периодом 3,8 ч – в [Иванов и др., 1992].

Изолинии  $\zeta(x, y)$  для восьмой моды сейшевых колебаний приведены на Рисунке 15 з. Эта волна является четырехузловой сейшей с периодом 3,3 ч. Одна ее узловая линия проходит от Туапсе на юго-запад, другая – от дельты Дуная на юго-восток, третья – от Вилково к Одессе, четвертая – от Очакова к пос. Лазурное. Для этой волны характерна достаточно высокая интенсивность на западном побережье Крымского полуострова. Так в Евпатории ее амплитуда составляет 25% от  $\zeta_{\max}$ , в Севастополе – 20%. Наибольшие амплитуды этой сейши отмечаются в районе между Одессой и Вилково, а также в районе Очакова (до 80% от  $\zeta_{\max}$ ). Сейша с периодом 3,3 ч выделена по данным наблюдений в Батуми [Endros, 1932; Блатов и др., 1984]. А с периодом 3,2 ч – в работе [Марамзин, 1985] на основе математического моделирования.

Отметим также, что сейша с периодом 3,1 ч выявлена в результате обработки данных наблюдений в Одессе [Блатов и др., 1984; Медведев и др., 2016], Прорве [Медведев и др., 2016], Батуми [Блатов и др., 1984]. Эта мода также получена численно в настоящей работе.

**2.2.2 Оценка вклада отдельных мод собственных колебаний в формирование волновой картины в прибрежных пунктах Черного моря.** Относительные амплитуды первых восьми мод собственных колебаний (в процентах от максимума) Черного моря для основных населенных пунктов, расположенных по всему периметру побережья, приведены в Таблице 2.1.

Как видно из нее и анализа картин изолиний  $\zeta(x, y)$ , выполненного выше, наибольшая интенсивность сейшевых колебаний отмечается в северо-западной мелководной части моря, где максимальные амплитуды сейш более чем на порядок превосходят соответствующие максимумы в других районах моря [Иванов и др., 1996].

Таблица 2.1 – Относительные амплитуды сейш Черного моря в процентах от максимума для моря в целом [Иванов и др., 1996].

Пункт	Номер моды							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Варна	3,5	0,5	12	19	10	5	2,5	13,5
Констанца	3,5	0,5	13	21	11	5,5	2,5	18
Вилково	25,5	14,5	78	62	90	2,5	74,5	2,5
Одесса	80	26,5	26	16,5	9,5	45,5	87,5	2
Евпатория	4	3	7	8	9,5	6	4,5	23,5
Севастополь	2,5	2,5	3,5	6	5	0	0,5	20
Новороссийск	5,5	0,5	10	7	2	0,5	0	1
Сочи	6	0,5	13,5	11	4	1	0,5	1
Сухуми	6,5	0,5	16	11	6	1	1	2,5
Батуми	6	0,5	15	12,5	5	1	0,5	1
Трабзон	6,5	0,5	15,5	13,5	6	1	1	2,5
Зонгулдак	3,5	0	9,5	15	7,5	3,5	2	6

Отметим такие пункты, как Одесса, Вилково, в которых с высокой интенсивностью проявляются практически все рассмотренные в настоящей работе моды сейшевых колебаний. Побережье Крыма мало подвержено воздействию сейш, особенно восточная его часть, где во всех рассмотренных случаях максимальная амплитуда волн была на два порядка меньше  $\zeta_{\max}$ . На западном побережье Крыма амплитуды сейш составляют 3 – 9% от  $\zeta_{\max}$ . Лишь восьмая мода сейшевых колебаний с периодом 3,3 часа имеет достаточно высокую интенсивность на всей протяженности этой части побережья. В Евпатории амплитуда этой волны достигает 25% от  $\zeta_{\max}$ , в Севастополе – 20%. Кавказское побережье также мало подвержено влиянию сейш, и максимальные амплитуды волн в пунктах, расположенных на нем в 10–100 раз меньше максимумов в северо-

западной части моря. Наиболее сильно на побережье Кавказа проявляются третья и четвертая моды сейшевых колебаний. При этом в Сухуми максимум амплитуды третьей моды составляет 16% от  $\zeta_{\max}$ , а в Батуми – 15%, Новороссийске – 10%. На побережье Турции также проявляются лишь третья и четвертая моды сейш. На побережье Болгарии и Румынии наиболее значимы третья, четвертая, пятая и восьмая моды. Особенно интенсивно проявляется четвертая мода, амплитуда которой составляет 21% от  $\zeta_{\max}$  в Констанце и 19% в Варне.

Таким образом, сейши наиболее интенсивны в северо-западной части Черного моря: в Вилково, Одессе, Южном, Каркинитском заливе. В остальных районах моря интенсивность сейшевых колебаний небольшая.

## 2.3 Собственные колебания уровня Азовского моря

**2.3.1 Периоды и пространственная структура собственных колебаний уровня Азовского моря.** На Рисунке 16 приведена сетка метода конечных элементов, включающая в себя 284 линейных треугольных элементов со 179 узлами, на которой проводился расчет параметров собственных колебаний Азовского моря.

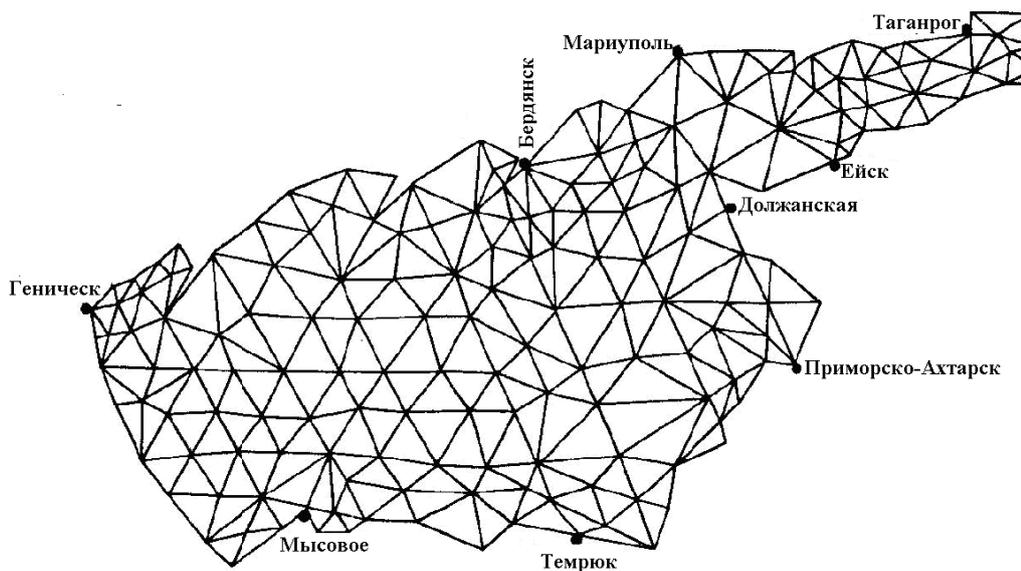


Рисунок 16 – Сетка метода конечных элементов для Азовского моря

С использованием описанной выше математической модели были проведены расчеты параметров первых 11 мод собственных колебаний Азовского моря. Получены следующие периоды собственных колебаний моря: 27,9; 16,3; 12,5; 10,9; 8,7; 8,2; 7,4; 6,5; 6,1; 5,9; 5,5 ч. [Иванов и др., 1994]

На Рисунке 17 приведены значения периодов старших мод сейшевых колебаний Азовского моря, рассчитанные с помощью математической модели, а также установленные на основе обработки данных натуральных наблюдений.

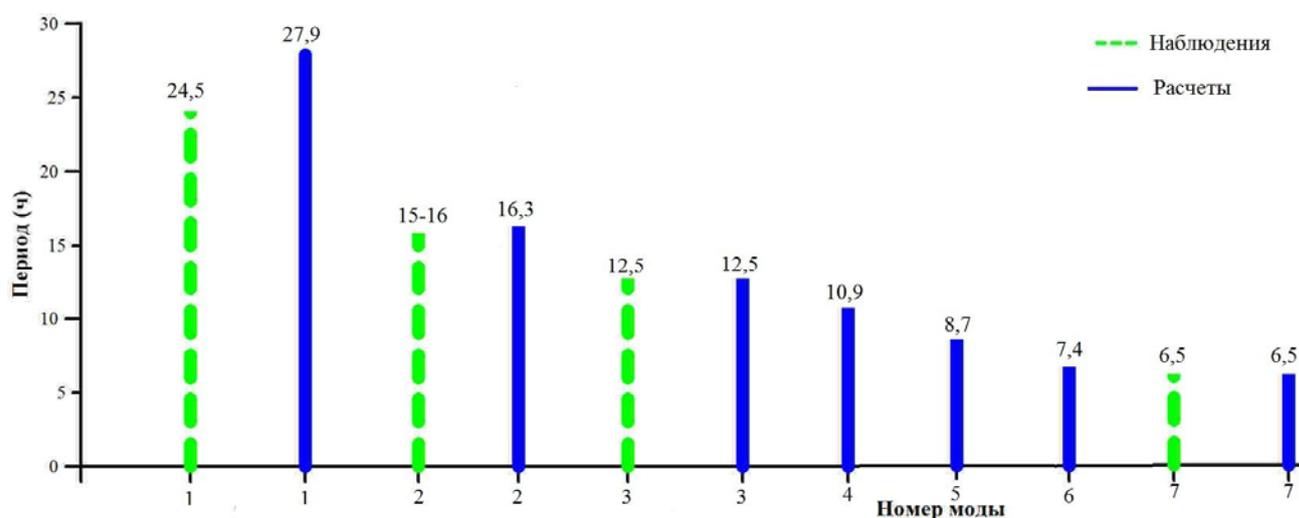


Рисунок 17 – Значения периодов сейш Азовского моря, полученные на основе численного моделирования и данных натуральных наблюдений

[Курчатов, 1925; Герман, 1970; Волкова и др., 1978]

Как видно из Рисунка 17, значения периодов собственных колебаний Азовского моря, рассчитанные по разработанной в подразделе 1.3.2. математической модели, хорошо согласуются с данными натуральных наблюдений. За исключением периода старшей моды сейш, значение которого близко к суткам. В силу чего на него оказывает влияние вращение Земли. Также в результате наблюдений пока не выявлены периоды со значениями 10,9; 8,7; 7,4 ч, что, видимо, связано с отсутствием данных соответствующих наблюдений. Это свидетельствует о работоспособности разработанной численной математической модели. Ниже приводится детальный анализ пространственной структуры собственных мод Азовского моря и сопоставление результатов расчетов с данными натуральных на-

блюдений. Также обсуждается влияние вращения Земли на значение периода старшей моды сейш Азовского моря.

На Рисунке 18 представлены изолинии отклонения свободной поверхности, нормированные на  $\zeta_{\max} = 1$  м для первых шести мод собственных колебаний уровня Азовского моря.

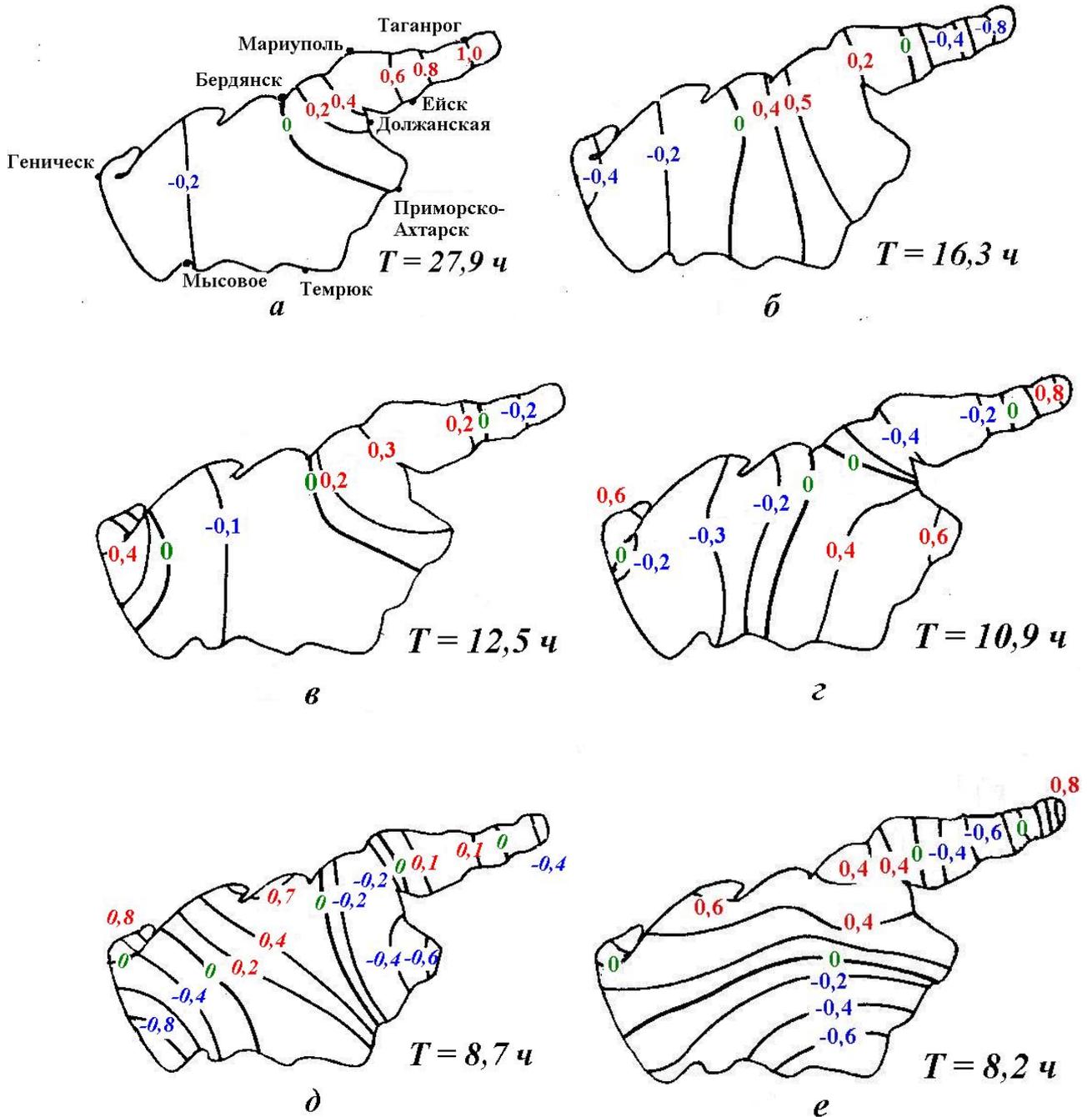


Рисунок 18 – Изолинии  $\zeta(x, y)$  для первых шести мод собственных колебаний уровня Азовского моря

Первая мода собственных колебаний (Рисунок 18 *a*) имеет период, близкий к суточному (27,9 ч) и представляет собой продольную одноузловую сейшу. Узловая линия этой волны проходит от Бердянска, изгибаясь в юго-восточном направлении, и заканчивается между Темрюком и Приморско-Ахтарском. Наибольшие амплитуды колебаний наблюдаются в Таганрогском заливе. Причем, с углублением в Таганрогский залив амплитуда сейши быстро возрастает. Так, в Таганроге она в 2,5 раза больше, чем в Мариуполе. Теоретический расчет по формуле Мериана [Лабзовский, 1971] периода одноузловой продольной сейши для модельного бассейна Азовского моря дал значение 25,1 ч. Существование в Азовском море одноузловой продольной сейши с периодом, близким к суточному, отмечают многие авторы.

Так, в работе [Герман, 1970] указывается, что колебания с периодом около 24 ч прослеживаются во всех пунктах побережья, и делается предположение, что эта волна представляет собой одноузловую сейшу всего моря в целом. Для подтверждения своего предположения автор рассчитал период стоячей волны по формуле Мериана с поправкой Рэлея. Период оказался равным 24,1 часа. В статье [Курчатов, 1925] на основе обработки мареограмм Ейска и Темрюка выделена составляющая с периодом 24,5 часа. Также вычислен период этой сейши по формуле, полученной японскими учеными Terada, Honda, Toshida. Расчет дал 23 ч. Тот факт, что эти колебания являются стоячей волной всего бассейна в целом, подтверждает анализ [Герман, 1970; Волкова и др. и др., 1978] коэффициентов когерентности колебаний уровня в различных пунктах побережья. Наибольший фазовый сдвиг  $173^\circ$  отмечается между колебаниями на станциях Геническ и Таганрог, расположенных в противоположных концах моря. Авторы статей [Курчатов, 1925] и [Герман, 1970] считают, что узловая линия сейши суточного периода проходит по направлению Должанская-Бердянск, а [Волкова и др., 1978] – по направлению Бердянск-Темрюк. Наши расчеты показали, что узловая линия данной моды (Рисунок 16 *a*) начинается в Бердянске и заканчивается между Темрюком и Должанской. В результате анализа колебаний уровня, имеющих место после прекращения действия стационарного ветра, около-

суточный период выделен в работах [Филиппов, 2011; Филиппов, 2012] – 23 ч, [Демышев и др., 2017; Сабурин и др., 2017]: 22–27 ч. Также околосуточный период 23,7 ч выделен в работах [Матишов и др., 2008; Матишов и др., 2009], в которых для оценки реакции вод Азовского моря в качестве вынуждающей силы на открытой границе в Керченском проливе задавались нагоны с периодом от 3-х до 50 ч. Полученный в настоящей работе период 27,9 ч несколько превышает значения, полученные на основе анализа данных наблюдений и численного моделирования. Это связано с тем, что он близок к суточному и на его величину будет оказывать влияние вращение Земли [Иванов, 2008]. В работе [Rao, 1965] проведено теоретическое исследование влияния вращения Земли на периоды и пространственную структуру сейшевых колебаний. В ней для оценки скорости вращения используется параметр  $f/\sigma_1$ , где  $f$  – параметр Кориолиса,  $\sigma_1$  – частота первой моды сейш и получены зависимости величины собственных периодов от скорости вращения для разных видов прямоугольных бассейнов постоянной глубины. В частности для бассейна, где соотношение длины к ширине составляет  $2 \times 1$ . Аналогичное соотношение имеет место для Азовского моря. Средняя географическая широта для Азовского моря составляет  $46^\circ$ , соответственно параметр Кориолиса равен  $1,05 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ . Частота первой моды (период 27,9 ч), являющейся одноузловой продольной сейшей, равна  $\sigma_1 = 6,9 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ , параметр, определяющий скорость вращения  $f/\sigma_1 = 1,5$ . Как следует из [Rao, 1965], при  $f/\sigma_1 = 1,5$  вращение приводит к уменьшению собственного периода на 10,3%. Таким образом откорректированное за счет учета вращения Земли значение периода первой собственной моды Азовского моря составит 25 ч, что хорошо согласуется с данными натурных наблюдений [Курчатов, 1925; Герман, 1970]. Вращение Земли также будет оказывать влияние на пространственную структуру данной моды и сейши в классическом смысле стационарной узловой линией не будет. Об этом справедливо указывается в статье [Филиппов, 2012]. Вместо нее будет иметь место амфидромическая система с вращением против часовой стрелки. Постоянные узловые линии в Азов-

ском море будут иметь место только в случаях вынужденного движения, когда масштаб вынуждающей силы превышает масштабы моря [Филиппов, 2012]. Примеры такой пространственной структуры поверхности моря показаны в работе [Иванов и др., 2010], где приведены поля уровня Азовского моря в установленном режиме при западном, южном, северном направлении ветра.

Вторая мода собственных колебаний Азовского моря имеет период 16,3 ч. Как видно из Рисунка 18 б, она представляет собой двухузловую продольную сейшу. Первая узловая линия этой сейши расположена в основной акватории моря и проходит от косы Обиточной к мысу Зюк, вторая находится в Таганрогском заливе и проходит от косы Кривой к Ейску. Наибольшие амплитуды колебаний уровня для этой волны будут иметь место в Утлюкском лимане и Таганрогском заливе и превосходят почти в два раза амплитуды колебаний в центральной части моря. В работе [Герман, 1970] установлено наличие в Азовском море сейши с периодом около 15–16 ч, которая проявляется в виде небольших пиков функций спектральной плотности колебаний уровня для пунктов Геничск, Приморско-Ахтарск, Темрюк и Мысовое. В этой работе также отмечается, что существование данной моды сейш подтверждается в основном большими значениями коэффициентов когерентности между колебаниями уровня в пунктах, расположенных в западной и юго-западной частях моря. Так, коэффициент когерентности колебаний уровня между пунктами Геничск и Темрюк равен 0,8, а между Геничск и Приморско-Ахтарск – 0,62. Герман делает предположение, что составляющая с периодом около 15–16 часов является продольной одноузловой сейшей собственно Азовского моря без Таганрогского залива. Такой же вывод содержится и в работе Эндрюса [Endros, 1932]. Расчет по формуле Мериана, проделанный в [Герман, 1970], дал период 14,6 часа. Наши же расчеты показали, что сейша с периодом около 16 часов должна проявляться и в Таганрогском заливе. Об этом свидетельствует и график функции спектральной плотности, построенный для Таганрога и приведенный в [Герман, 1970]. На нем в окрестности периода 15 ч энергия колебаний достаточно высока. В Ейске, расположенном, как показывают наши расчеты, в непосредственной близости к

узловой линии, колебания с этим периодом практически отсутствуют. Таким образом, колебания с периодом около 15 ч представляют собой двухузловую продольную сейшу. Но на ее пространственную структуру будет оказывать влияние вращение Земли. В работах [Филиппов, 2011; Филиппов, 2012] в результате математического моделирования воздействия на поверхность моря полей стационарного восточного и северного ветра после прекращения его действия выделяется мода с периодами 14,5 ч и 15 ч соответственно, которая представляет собой волну Кельвина, движущуюся вдоль берега против часовой стрелки. В статье [Демышев и др., 2017] указывается, что после прекращения действия стационарного восточного ветра в Азовском море имеет место свободные колебания с периодом 15–16 ч.

На Рисунке 18 в приведена третья мода собственных колебаний Азовского моря. Она представляет собой трехузловую продольную сейшу с периодом 12,5 ч. Первая узловая линия проходит от восточной границы Утлюкского лимана к Арабатской стрелке, вторая – от Бердянска к Приморско-Ахтарску и третья, находящаяся в Таганрогском заливе, – от косы Беглицкой к косе Сазальницкой. Наибольшие колебания уровня будут в Утлюкском лимане. Максимум колебаний уровня в Утлюкском лимане превосходит в 2,7 раза аналогичный максимум в Таганрогском заливе. В работах [Endros., 1932; Герман, 1970] на основе анализа данных наблюдений выявлено наличие составляющей с периодом 12,5 ч. Так в [Курчатов, 1925] отмечается, что она проявляется в виде слабых пиков функций спектральной плотности колебаний уровня в пунктах Геническ, Приморско-Ахтарск, Темрюк и Мысовое. Реальность существования этой волны подтверждается высокими значениями коэффициентов когерентности колебаний уровня между этими пунктами. В этой статье Герман делает предположение, что причиной существования данной волны является частичная передача энергии приливных колебаний Черного моря через Керченский пролив. Но далее он указывает, что эта гипотеза требует проверки. В [Endros, 1932] Эндрос предложил гипотезу, что волна с периодом 12,5 часа – результат "изгиба" продольной оси сейшевых колебаний с периодом около 15 часов. Однако причины

этого "изгиба" Эндрюсом не объяснены. В статье [Матишов и др., 2009] выделяется колебание с периодом 12,1 ч, которое представляет собой трехузловую сейшу. В результате воздействия вращения Земли на данную моду образуются амфидромические системы, которые расположены: в западной части Таганрогского залива с амфидромической точкой в 8 милях на юго-запад от оконечности косы Кривая, у северо-восточного берега Крымского полуострова и на западной части моря вблизи Утлюкского лимана [Матишов и др., 2009].

На Рисунке 18 *г* изображена четвертая мода собственных колебаний Азовского моря, представляющая собой продольную четырехузловую сейшу с периодом 10,9 ч. Первая ее узловая линия проходит от острова Бирючий на северо-запад до Арабатской стрелки, вторая – от Бердянска до мыса Тархан, третья – от Бердянска до Должанской, четвертая, находящаяся в Таганрогском заливе – от косы Баглицкой до косы Чимбургской. Наибольшие колебания уровня будут наблюдаться в Геническе, Таганроге и Приморско-Ахтарске.

На Рисунке 18 *д* показана пятая мода собственных колебаний Азовского моря, представляющая собой пятиузловую продольную сейшу с периодом 8,7 ч. Первая узловая линия находится у входа в Утлюкский лиман, вторая проходит от косы Федотова до мыса Зюк, третья начинается у Бердянска и заканчивается между Темрюком и Приморско-Ахтарском, четвертая проходит от Мариуполя до мыса Обрыв, пятая начинается западнее Таганрога и проходит до косы Чимбургской. Характерной особенностью этой сейши является то, что основная энергия колебаний сосредоточена в западной части моря и максимальные колебания уровня будут наблюдаться в Утлюкском лимане и у Северной границы Арабатской стрелки. Амплитуда этой волны в Таганрогском заливе будет незначительной. В статье [Матишов и др., 2009] в результате математического моделирования установлено, что период 8,8 часа имеет четырехузловая сейша, образующая четыре амфидромические системы, имеющие циклонический характер.

На Рисунке 18 *е* приведена шестая мода собственных колебаний Азовского моря, представляющая собой четырёхузловую поперечную сейшу с периодом

8,2 часа. Первая узловая линия этой сейши располагается у входа в Утлюкский лиман и проходит от Геническа до острова Бирючий, вторая начинается посредине Арбатской стрелки и проходит вдоль моря до Приморско-Ахтарска, третья начинается восточнее Мариуполя и проходит до мыса Обрыв, четвёртая проходит от косы Беглицкая до косы Чимбурская. Для этой сейши характерно то, что максимальные амплитуды колебаний будут в Таганрогском заливе. В Утлюкском лимане эта составляющая проявляться практически не будет.

Отметим, что последние две моды в литературе не описаны. Это, по-видимому, связано с тем, что обрабатывались данные наблюдений, проведённых с дискретностью 3 часа. Лишь Курчатов [Курчатов, 1925], обрабатывавший непосредственно мареограммы указывает на существование сейши с периодом 6–7 часов в юго-западной половине Азовского моря. Мода с периодом 7,4 ч также получена в результате наших расчетов и является собственной модой Азовского моря. На основе математического моделирования в работе [Филиппов, 2012] выделяется мода с периодом около 7 ч. На возможность существования моды с периодом 6,2 – 6,5 ч указывается в [Сабурин и др., 2017], а моды с периодом 5,1 ч – в [Матишов и др., 2009].

**2.3.2 Оценка вклада отдельных мод собственных колебаний в формировании волновой картины в прибрежных пунктах Азовского моря.** В Таблице 2.2 представлены относительные амплитуды мод сейшевых колебаний (в процентах от максимума) для ряда пунктов побережья Азовского моря. Как видно из таблицы, наибольшему воздействию сейш подвергаются пункты, расположенные в Таганрогском заливе: Таганрог, Мариуполь, Ейск. Для Таганрога характерно осязаемое проявление практически всех рассмотренных в настоящей работе мод сейшевых колебаний. Это связано с тем, что он расположен в северо-восточной оконечности Таганрогского залива, в которой, как показал анализ выполненных расчетов, интенсивность сейшевых колебаний для большинства мод максимальная. С особой силой в Таганроге будут проявляться первая мода, амплитуда которой в этом пункте составляет 94% от  $\zeta_{\max}$  и вторая мода – 76% от  $\zeta_{\max}$ . Наиболее слабо будут выражены третья и пятая моды, что

связано со структурой этих мод (Рисунки 16 в; 16 д). Область их большей интенсивности располагается в Утлюкском лимане.

Таблица 2.2 – Относительные амплитуды сейш Азовского в процентах от максимума для моря в целом [Иванов и др., 1994]

Пункт	Номер моды							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Геническ	25	62	40	23	25	4	4	12
Мысовое	10	21	5	14	34	17	16	24
Темрюк	10	19	8	20	11	60	20	36
Приморско-Ахтарск	1	47	2	41	45	5	91	18
Должанская	16	39	10	22	20	24	30	15
Таганрог	94	76	26	52	13	40	18	10
Ейск	56	37	15	45	15	49	17	19
Мариуполь	40	26	19	36	4	17	20	40
Бердянск	7	13	4	2	41	40	11	63

В Мариуполе также хорошо заметно проявление всех рассмотренных мод. Их амплитуды составляют 20–40% от  $\zeta_{\max}$ . Лишь пятая мода с периодом 8,7 ч имеет малую интенсивность в этом пункте, т. к. он находится в окрестности ее узловой линии.

В Ейске представлены практически все рассмотренные моды. Особенно сильно выражены первая (56% от  $\zeta_{\max}$ ), четвертая (40% от  $\zeta_{\max}$ ) и шестая (49% от  $\zeta_{\max}$ ).

Особенностью картины сейшевых колебаний в Приморско-Ахтарске является то, что многие из рассмотренных выше мод имеют в его окрестности узловые линии. Это относится к первой, третьей и шестой модам. В то же время в Приморско-Ахтарске высока интенсивность седьмой (91% от  $\zeta_{\max}$ ), второй (47%

от  $\zeta_{\max}$ ) и пятой (45% от  $\zeta_{\max}$ ) мод.

Бердянск расположен в окрестности узловых линий четырех низших мод. В этом пункте заметно проявляются восьмая (63% от  $\zeta_{\max}$ ), пятая (41% от  $\zeta_{\max}$ ) и шестая (40% от  $\zeta_{\max}$ ) моды.

Для южного побережья Азовского моря характерна низкая интенсивность сейшевых колебаний. Поэтому в Мысовом, заметно отмечается только пятая (34% от  $\zeta_{\max}$ ) мода сейш, а в Темрюке – шестая (60% от  $\zeta_{\max}$ ).

В Утлюкском лимане низшие моды сейш достаточно интенсивны. В Геническе наиболее ярко выражено проявление второй (62% от  $\zeta_{\max}$ ) и третьей (40% от  $\zeta_{\max}$ ) мод. При этом в них заметно проявляются все рассмотренные выше моды, за исключением шестой. В Геническе наиболее ощутимы первые пять мод. Особенно сильно будет проявляться вторая. В отличие от Геническа, в Бердянске четыре низшие моды сейшевых колебаний незначительны. Для Приморско-Ахтарска характерно сильное различие амплитуд мод сейш. В Мысовом и Должанской все моды имеют примерно равные амплитуды, за исключением третьей, которая практически почти не проявляется.

## Выводы к разделу 2

1. Значения собственных периодов старших мод Черного моря составляют: 10,9; 7,5; 6,3; 5,5; 4,6; 4,4; 3,7; 3,3; 3,1, 2,9 ч, а Азовского моря – 27,9; 16,3; 12,5; 10,9; 8,7; 8,2; 7,4; 6,5; 6,1; 5,9; 5,5 ч. Полученные значения собственных периодов указанных морей хорошо согласуются с данными натурных наблюдений [Курчатов, 1925; Герман, 1970; Фомичева, 1975; Волкова и др., 1978; Блатов и др., 1984; Медведев и др., 2016].

2. Области наибольшей интенсивности сейшевых колебаний в Черном море сосредоточены в его мелководной северо-западной части: Вилково, Одессе, Южном и Каркинитском заливе. В остальных районах моря интенсивность

сейшевых колебаний значительно слабее. В Азовском море наибольшему воздействию сейш подвергаются пункты, расположенные в Таганрогском заливе: Таганрог, Мариуполь, Ейск.

3. Разработанная в подразделе 1.3.2 численная гидродинамическая модель показала свою работоспособность и может быть использована для расчета периодов сейшевых колебаний во внутренних морях.

Результаты, представленные в настоящем разделе, опубликованы в работах: [Манилюк и др., 1994; Иванов и др., 1994; Иванов и др., 1996].

### РАЗДЕЛ 3 СГОННО-НАГОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ В ЧЕРНОМ И АЗОВСКОМ МОРЯХ, ВЫЗВАННЫЕ ПРОХОЖДЕНИЕМ АТМОСФЕРНЫХ ЦИКЛОНОВ

#### 3.1 Постановка задачи и метод решения

Исследование проводится с помощью двумерной конечноразностной гидродинамической модели, описание которой приведено в подразделе 1.3.1 настоящей работы. Движение жидкости описывается линейной системой уравнений мелкой воды (1.1)–(1.3) с граничным условием (1.4) на вертикальных боковых стенках бассейна. Начальные условия (1.5) соответствуют предположению, что в начальный момент времени  $t=0$  вода в море покоится, свободная поверхность горизонтальна, возмущения атмосферного давления отсутствуют. Циклоническое образование представляется областью пониженного атмосферного давления радиуса  $R$ , равномерно перемещающейся со скоростью  $c$ , и описывается выражением (1.6). Вектор тангенциальных напряжений ветра задается с помощью формулы (1.7). Компоненты вектора напряжения придонного трения представляются нелинейными функциями составляющих полного потока и описываются выражением (1.11). Интегрирование системы (1.1)–(1.3) с граничным условием (1.4) и начальными условиями (1.5) проводится численно на равномерной сетке с шагами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  по пространственным переменным и с шагом  $\Delta t$  по времени. В итоге исходная двухмерная нестационарная задача сводится к последовательности одномерных разностных краевых задач, решаемых на каждом временном шаге методом прогонки. Контроль устойчивости вычислительного процесса осуществляется путем расчета на каждом временном шаге полной механической энергии жидкости в бассейне.

В Приложении А дано описание характеристик циклонов Азово-Черноморского региона. В том числе показаны характерные траектории смеще-

ния циклонов, которые были использованы при математическом моделировании.

## **3.2 Моделирование сгонно-нагонных колебаний в Черном море**

**3.2.1 Параметры математической модели.** Для адаптации численной модели к условиям Черного моря сформирована расчетная область (Рисунок 19), и выполнена аппроксимация береговой линии моря на разностной сетке размерностью  $233 \times 124$  точек (шаг по пространственным переменным – 5 км). Во внутренних узлах сетки заданы реальные значения глубины моря. В граничных точках бассейна глубина принята равной 2 м. Выполненные тестовые расчеты позволили определить оптимальное значение временного шага численной модели (4 минуты) [Иванов и др., 1999а; Иванов и др., 1999b].

**3.2.2 Зависимость величин сгонно-нагонных колебаний в Черном море от параметров циклонов.** В численных экспериментах изучалась реакция уровня Черного моря на прохождение всех указанных в Приложении А типов циклонов, характерных для исследуемого региона. Кроме того, рассмотрены гипотетические случаи движения циклонов над Черным морем в западном направлении. На Рисунке 19 стрелками показаны направления смещения центров циклонов, задаваемые в численных экспериментах. Южным циклонам соответствуют: направления 3, 4 (приходят с запада), 5–8 (приходят с юго-запада), 9 (приходят с юга), северным – направление 1, северо-западным циклонам – направление 2 (Приложение А). Наибольшую повторяемость для Черноморского региона имеют южные циклоны (направления 3, 4, 5), образующимся в районе Средиземного моря. Во всех расчетах принималось, что циклон имеет круговую форму, поле давления определяется выражением (1.6), радиус циклона  $R$  равен 300 км, перепад давления между центром и периферией ( $p_0$ ) составляет 10 гПа, циклон перемещается со скоростью 10 м/с. Такие значения параметров

часто отмечаются у реальных циклонов, проходящих над Черным морем [Иванов и др., 1999а; Иванов и др., 1999б].

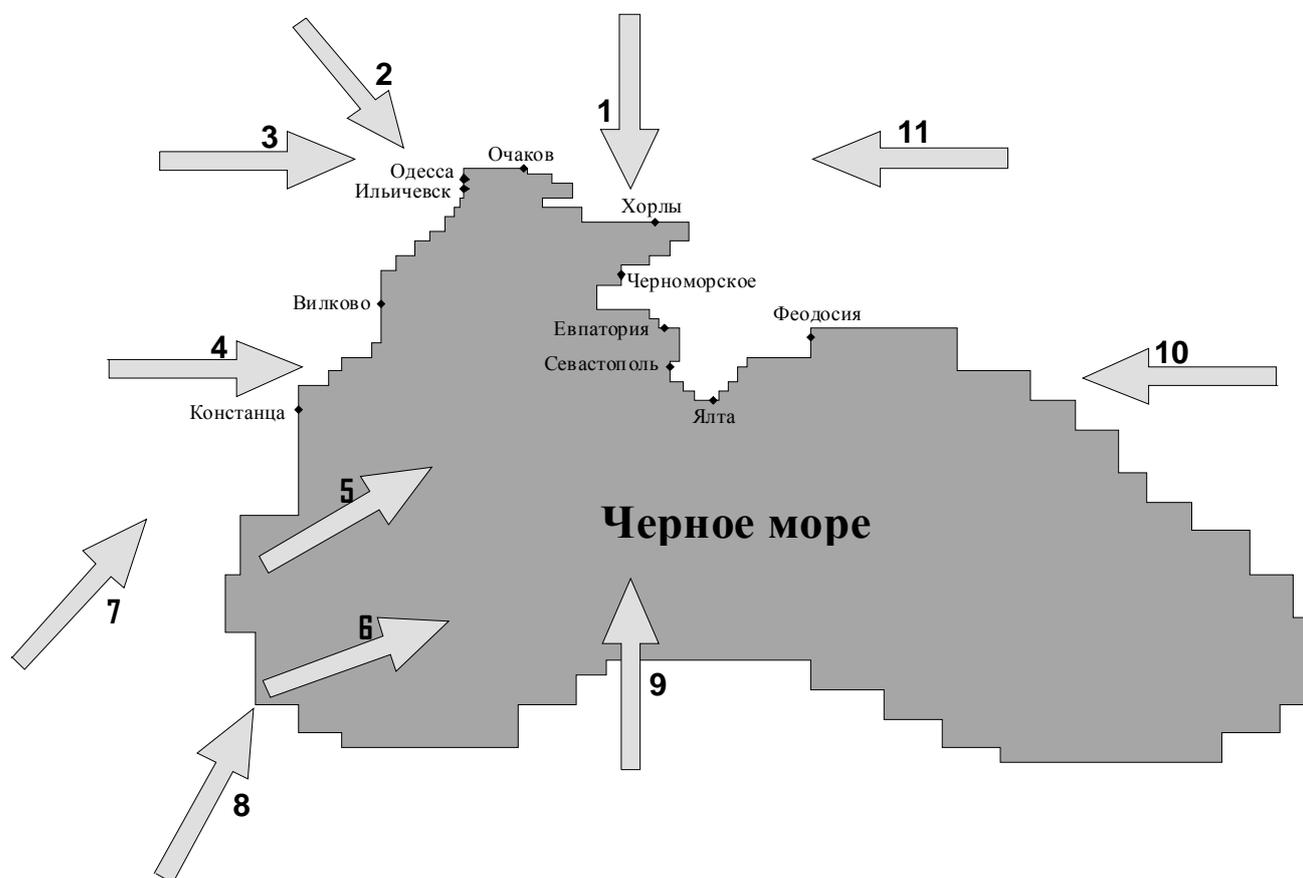


Рисунок – 19 Расчетная область численной модели и направления смещения циклонов

Для анализа изменений уровня, вызываемых движущимися циклонами, выбраны пункты, расположенные на северо-западном и крымском побережье моря: Одесса, Очаков, Хорлы, Черноморское, Ялта, Феодосия (Рисунок 19).

В Таблице 3.1 и Рисунке 20 приведены максимумы отклонений уровня для указанных пунктов на побережье, полученные для заданных значений параметров циклонов.

Как видно из этих рисунка и таблицы, наибольшей амплитуды сгонно-нагонные колебания уровня моря достигают в Хорлах (91 см – нагон, 95 см – сгон), Очакове (69 см – нагон, 86 – сгон), Одессе (82 см – нагон, 66 см – сгон).

Наименее подвержены влиянию штормовых нагонов такие пункты, как Ялта (максимальный нагон составляет 11 см, максимальный сгон – 5 см) и Севастополь (14 и 6 см соответственно) [Иванов и др., 1999b].

Таблица 3.1 – Наибольшие рассчитанные величины сгонов и нагонов в зависимости от направления смещения циклонов

Пункт на побережье	макс. нагон (см)	направление	макс. сгон (см)	направление
Констанца	45	8	46	7
Вилково	49	8	46	2
Ильичевск	66	8	67	3
Одесса	88	7	82	3
Очаков	83	3	86	3
Хорлы	91	9	95	1
Черноморское	46	9	37	1
Евпатория	22	5	9	3
Севастополь	14	9	6	9
Ялта	11	1	5	5
Феодосия	36	4	36	3

В работе [Krestenitis et al., 2012] с помощью математического моделирования получены оценки средних и максимальных величин нагонов для западного побережья Черного моря. В частности, для Одессы установлено, что максимальный нагон составляет 1 м, а его среднее значение – 0,6 м, это хорошо согласуется с результатами, приведенными в табл. 3.2. Отметим, что полученные результаты удовлетворительно согласуются с данными натурных наблюдений за уровнем моря [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991; Фомичева, 1975], из которых следует, что максимальный нагон в районе Одессы 100 см, у п. Хорлы, максимальные сгон и нагон – 112 и 93 см соответственно.



Рисунок 20 – Максимумы отклонений уровня, вызываемых движущимися циклонами, в пунктах побережья Черного моря (по результатам численных экспериментов) [Иванов и др., 1999b]

В Таблице 3.2 приведены максимальные величины сгонов  $S_m$  и нагонов  $N_m$  для всех заданных на Рисунке 19 направлений смещения циклонов.

Как показывает анализ результатов численных экспериментов и данных натурных наблюдений за уровнем моря [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991; Фомичева, 1975], наибольшему воздействию сгонов и нагонов подвергается северо-западное и западное побережья моря. При этом характерные сгонно-нагонные колебания уровня составляют 30–40 см. Сильные нагоны и сгоны, превышающие 50 см, наблюдаются достаточно редко: доля нагонов более 50 см для пунктов Одесса, Очаков и Хорлы равна соответственно 0,5; 0,2; 1,8%, сгонов  $> 50$  см – 3,2; 0,7; 2% всех зарегистрированных случаев [Фомичева, 1975].

У Крымского побережья сгоны и нагоны редко превышают 20 см, однако, в отдельных случаях они могут достигать 30–40 см. Данный факт подтверждают проведенные в данной работе расчеты штормовых нагонов, которые показали, что в районе Феодосии циклоны, проходящие над морем с запада на восток (направления 3, 4) могут вызывать сгонно-нагонные колебания до 36 см (Таблица 3.2). Анализ данных в Таблице 3.2 позволяет выделить направления смещения циклонов, при которых нагон будет превышать сгон у всех рассмотренных пунктов побережья. Такими направлениями являются (Рисунок 19): 4 (с запада на восток) и 8 (с юго-запада на северо-восток). Прохождение циклонов с заданными параметрами в направлениях, показанных на Рисунке 19 не приводит к преобладанию сгона над нагоном во всех пунктах побережья. [Иванов и др., 1999б]

Таблица 3.2 – Зависимость максимальных значений амплитуды сгонов  $S_m$  и нагонов  $N_m$  от направлений смещения циклонов [Иванов и др., 1999б]

Пункт	напр. 1		напр. 2		напр. 3		напр. 4		напр. 5		напр. 6	
	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$
	см	см	см	см	см	см	см	см	См	см	см	См
Констанца	9	9	15	39	0	24	26	31	37	11	22	2
Вилково	11	25	22	<u>46</u>	3	41	46	28	47	9	1	3
Ильичевск	18	46	42	24	46	<u>67</u>	16	7	43	37	1	2
Одесса	19	63	45	27	53	<u>82</u>	15	8	50	41	2	3
Очаков	20	76	29	57	<u>83</u>	<u>86</u>	9	7	21	69	2	3
Хорлы	87	<u>95</u>	77	92	82	24	85	19	32	60	5	5
Черноморское	44	<u>37</u>	30	26	29	16	25	12	19	21	2	6
Евпатория	10	0	20	0	8	<u>9</u>	15	8	<u>22</u>	10	1	6
Севастополь	11	4	9	3	8	1	6	4	13	3	1	6
Ялта	11	2	11	3	4	2	11	<u>5</u>	12	<u>5</u>	2	3
Феодосия	24	4	24	3	2	<u>36</u>	<u>36</u>	3	14	35	7	7

Таблица 3.2 – Зависимость максимальных значений амплитуды сгонов  $S_m$  и нагонов  $N_m$  от направлений смещения циклонов (продолжение)

Пункт	напр. 7		напр. 8		напр. 9		Напр. 10		напр. 11	
	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$	$N_m$	$S_m$
	см	см	см	см	см	см	см	см	см	см
Констанца	31	<u>46</u>	<u>45</u>	14	8	11	61	9	4	40
Вилково	34	34	<u>49</u>	23	6	19	80	9	7	70
Ильичевск	10	51	<u>66</u>	46	6	56	48	27	69	65
Одесса	<u>88</u>	71	82	66	5	66	49	29	81	84
Очаков	77	19	33	16	7	86	50	32	93	64
Хорлы	79	20	31	18	<u>91</u>	86	47	95	70	30
Черноморское	28	9	42	17	<u>46</u>	32	44	53	22	31
Евпатория	4	4	21	3	18	8	17	14	5	4
Севастополь	2	2	5	3	<u>14</u>	<u>6</u>	4	4	7	2
Ялта	2	2	1	3	<u>15</u>	3	10	5	4	2
Феодосия	2	1	2	3	31	9	47	8	4	32

Примечание. Подчеркнуты максимальные сгоны и нагоны при прохождении над Черным морем наиболее характерных для данного региона циклонов

Опираясь на результаты численных экспериментов, рассмотрим основные особенности реакции уровня Черного моря на прохождение циклонов каждого из рассматриваемых типов.

Северные циклоны (направление 1) наибольшее влияние оказывают на изменения уровня у Ильичевска, Одессы и Очакова (сгон – 46, 63 и 76 см соответственно), а также у Хорлов (нагон 87 см, сгон 95 см) и Черноморского (нагон 44 см, сгон 37 см). У остальных рассмотренных пунктов сгонно-нагонные колебания моря не превышают 20 см, за исключением района Феодосии, где рассчитанный нагон равен 24 см. Как видно, для северо-западного побережья моря характерно максимальное понижение уровня (сгон), а для крымского побережья – подъем (нагон).

Северо-западные циклоны (направление 2) вызывают сгоны и нагоны, превышающие 20 см во всех рассмотренных пунктах, расположенных на северо-

западном побережье моря. Они также вызывают нагон в Феодосии, равный 24 см. Наибольшие отклонения уровня имеют место в Одессе (нагон 45 см, сгон 27 см), Очакове (нагон 29 см, сгон 57 см) и Хорлах (нагон 77 см, сгон 92 см). В большинстве рассмотренных пунктов нагон превышает сгон.

Южные циклоны, приходящие с запада (направления 3, 4), вызывают значительные колебания уровня моря в пунктах, расположенных на северо-западном побережье. Так, в Одессе, Очакове, Хорлах, Черноморском амплитуда сгонно-нагонных колебаний превышает 30 см. В частности, в Одессе нагон составил 82 см, сгон – 66 см, в Очакове нагон – 33 см, сгон – 69 см, Хорлах нагон – 32 см, сгон – 60 см. В подавляющем большинстве пунктов нагон превышает сгон.

Южные циклоны, приходящие с юго-запада (направления 5–8), приводят к значительным колебаниям уровня моря у западного и северо-западного побережий моря. Так у пунктов Одесса, Очаков, Хорлы, Черноморское, Вилково, Ильичевск амплитуда сгонно-нагонных колебаний превышает 40 см. В частности, у Одессы нагон достигает 88 см, сгон – 71 см; у Очакова – 77 и 69 см и у Хорлов – 79 и 60 см соответственно. Циклон, перемещающийся по направлению 6, не вызывает значительных изменений уровня у рассматриваемых пунктов (амплитуда сгонно-нагонных колебаний не превышает 7 см). Это связано, очевидно, с тем, что над северо-западной частью моря проходит лишь периферия этого циклона. В подавляющем большинстве пунктов нагон превышает сгон.

Южные циклоны, перемещающиеся с юга на север (направление 9), вызывают сильные сгоны в пунктах, расположенных в северо-западной части моря. Так, у Ильичевска уровень моря понижается на 56 см, у Одессы и Очакова – на 66 и 86 см соответственно. В то же время нагоны в этих пунктах не превышают 5–7 см. Для Каркинитского залива характерны значительные сгонно-нагонные колебания уровня: у Хорлов нагон достигает 91 см, сгон – 81 см, в Черноморском нагон – 46 см, сгон – 32 см. В Феодосии имеет место нагон, равный 31 см. Следовательно, при перемещении циклонов с юга на север у северо-западного

побережья моря наблюдаются максимальные сгоны, а у крымского побережья – максимальные нагоны [Иванов и др., 1999b].

**3.2.3 Характерные типы сгонно-нагонных колебаний в северной и северо-западной частях Черного моря.** Анализ колебаний уровня позволяет сделать вывод о том, что в зависимости от географического положения конкретного пункта побережья, рельефа дна и береговой черты, направления смещения циклона (Рисунок 19) они могут существенно различаться. Можно выделить следующие характерные типы изменения уровня моря при сгонно-нагонных колебаниях, вызываемых прохождением циклонов (Рисунок 21).

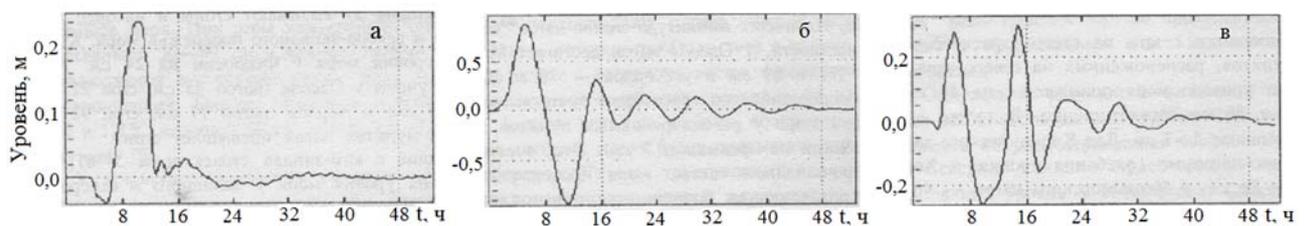


Рисунок 21 – Рассчитанный ход уровня Черного моря при прохождении циклона у пунктов: а – Феодосия (направление 1), б – Хорлы (направление 1), в – Черноморское (направление 2) [Иванов и др., 1999b]

**Район Феодосии.** Для него характерно значительное преобладание нагона над сгоном и быстрое затухание сгонно-нагонных колебаний. Это проиллюстрировано рисунком 21 а, на котором показаны колебания уровня моря, вызванные прохождением циклона по направлению 1. Исключение составляет случай смещения циклона по направлению 3, когда сгон (36 см) значительно превосходит нагон (2 см).

**Район Хорлов.** Ход уровня моря здесь характеризуется обычно наличием хорошо выраженных сгонов и нагонов, имеющих близкие значения амплитуд, и медленным затуханием колебаний. Для примера на Рисунке 21 б показаны отклонения свободной поверхности моря при движении циклона по направлению 1.

**Район Черноморского.** Особенностью данного района является неоднократное повторение больших подъемов и спадов уровня за время прохождения циклона. При этом максимальные значения амплитуды колебаний могут наблюдаться в моменты времени, когда циклон заканчивает свое прохождение над морем. Это иллюстрирует Рисунок 21 в, на котором показаны изменения уровня у Черноморского при движении циклона по направлению 2.

**Район Очакова.** Для него характерны значительные вариации формы кривой хода уровня в зависимости от направления движения циклона. Так, при направлениях 1, 2 получается кривые с двумя хорошо выраженными сгонами и нагонами. Аналогичные колебания уровня моря имеют место у Хорлов (Рисунок 21 б). При прохождении циклона по направлению 8 генерируются колебания близкие по форме тем, которые имеют место у Черноморского, но еще более медленно затухающие. Если циклон смещается по направлению 9, то отмечается только нагон с последующим медленным затуханием колебаний.

**Район Одессы.** У Одессы изменения уровня в основном соответствуют наблюдавшимся у Хорлов: с хорошо выраженными сгоном и нагоном. Но если циклон смещается по направлению 9, то имеет место только сгон с последующим медленным затуханием колебаний [Иванов и др., 1999b].

### **3.3 Математическое моделирование сгонно-нагонных и сейшевых колебаний в Азовском море**

**3.3.1 Влияние скорости движения барического образования на величину колебаний уровня.** Ход уровня моря определяется движущимися барическим образованиями, и, как показывают наблюдения, скорость их перемещения оказывается важным фактором, влияющим на высоту подъема уровня [Лабзовский, 1971]. Движущиеся барические системы при движении над морем формируют длинную волну, высота которой, в частности, и определяет положение уровня у берегов.

Пользуясь уравнениями мелкой воды, рассмотрим задачу о влиянии скорости перемещения циклона на уровень [Праудмен, 1957]. Для простоты ограничимся рассмотрением канала постоянной глубины бесконечной длины. В такой постановке задача будет одномерной. Уравнения неразрывности и движения примут вид

$$h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial(\zeta - \zeta^*)}{\partial x}, \quad (3.2)$$

где перемещающееся возмущение атмосферного давления определяется уравнением

$$\zeta^* = F(x - Ut) \quad (3.3)$$

Здесь  $U$  – постоянная скорость, а функция  $F()$  может быть взята в любом физически возможном виде.

Будем искать решение уравнений (3.1), (3.2) в виде

$$\zeta = MF(x - Ut), \quad (3.4)$$

где  $M$  – постоянный множитель.

Подставляя (3.4) в (3.1), получаем

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{U}{h} M \frac{\partial F(x - Ut)}{\partial x}.$$

Интегрируя это уравнение, находим

$$u = \frac{U}{h} MF(x - Ut). \quad (3.5)$$

В выражении (3.5) произвольные постоянные не требуются, т.к. предполагается, что  $u = 0$  при  $\zeta^* = 0$ . Подставляя (3.3), (3.4), (3.5) в (3.2), имеем

$$-\frac{U^2}{h} M \frac{\partial F(x - Ut)}{\partial x} = g(1 - M) \frac{\partial F(x - Ut)}{\partial x},$$

Из чего следует, что

$$M = \frac{1}{1 - U^2/gh}.$$

Откуда

$$\zeta = \frac{\zeta^*}{1 - U^2/gh}. \quad (3.6)$$

Таким образом, получено, что повышение уровня в движущемся барическом образовании представляет собой равновесное возмущение (статический подъем), умноженный на коэффициент, зависящий от скорости циклона. При  $U = 0$ , т.е. когда возмущение не перемещается, подъем уровня будет соответствовать статическому эффекту атмосферного давления. В данном случае будет соблюдаться закон обратного барометра [Лабзовский, 1971]. При  $U < \sqrt{gh}$ , т.е. если скорость перемещения барического образования меньше скорости распространения свободной длинной волны, подъем уровня имеет тот же знак, что и соответствующая равновесная форма, но большую величину; так при  $U = \sqrt{gh}$  подъем уровня стремится к бесконечности, т.е. возникает явление резонанса, который в современной литературе принято называть резонансом Праудмена.

При  $U > \sqrt{gh}$  вместо подъема будет наблюдаться понижение уровня. При больших величинах отношения  $U/\sqrt{gh}$  отклонение уровня от его статического значения будет все равно малым [Лабзовский, 1971].

Так как Азовское море является мелководным и его средняя глубина составляет 7,4 м, то скорость распространения свободных длинных волн в разных районах моря составляет от 5 до 11 м/с. В то же время скорость распространения циклонов лежит в пределах от 5 до 20 м/с [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991]. Таким образом, Азовское море является уникальным в том плане, что циклоны над ним могут перемещаться со скоростью близкой к скорости распространения свободных длинных волн, что может быть причиной усиления сгонно-нагонных колебаний уровня.

### **3.3.2 Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море**

**3.3.2.1 Параметры математической модели и описание численных экспериментов.** Достаточно подробную информацию о типах синоптических процессов, характерных для района Азовского моря, можно найти в [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991]. Описание основных типов циклонов, характерных для Азовского моря, приведены в подразделе 3.1 настоящей работы. Отметим статью [Дьяков и др., 2002], в которой на основе обработки большого объема данных метеорологических и гидрологических наблюдений за период 1950 – 1991 гг., выделены основные типы метеорологических ситуаций, приводящих к значительным сгонно-нагонным колебаниям уровня Азовского моря, приведены наблюдавшиеся амплитуды колебаний уровня моря в зависимости от характерных типов барических полей.

Для адаптации численной модели, описанной в подразделе 1.3.1), к условиям Азовского моря сформирована расчетная область (Рисунок 22) и выполнена аппроксимация береговой черты моря на разностной сетке размерностью

55×40 точек (шаг по пространственным переменным 6,5 км). Во внутренних узлах сетки заданы реальные значения глубины моря. В граничных точках бассейна глубина принята равной 2 м [Еремеев и др., 2000]. Выполненные тестовые расчеты позволили определить оптимальное значение временного шага численной модели (4 минуты).

На Рисунке 22 показаны направления смещения рассмотренных в данной работе трех наиболее характерных для Азовского моря типов циклонов: южного, сделавшего характерный для этого типа циклонов поворот на восток над акваторией Азовского моря (направление 1), северного, перемещающегося в южном направлении (направление 2), северо-западного, проходящего над морем на юго-восток (направление 3) [Еремеев и др., 2000].



Рисунок 22 – Расчетная область численной модели и направления смещения циклонов

Во всех расчетах принималось, что циклон имеет круговую форму, поле давления определяется выражением (1.6), радиус циклона  $r_c$  равен 600 км. Перепад давления между центром и периферией ( $p_0$ ) задавался равным 5; 10 гПа, а скорость перемещения циклонов – 5; 10; 15 м/с [Еремеев и др., 2000]. Такие

значения параметров часто отмечаются у реальных циклонов, проходящих над Азовским морем [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991].

С использованием описанной в подразделе 1.3.1 математической модели проведены численные эксперименты с целью исследования сгонно-нагонных колебаний уровня моря, вызываемых прохождением циклонов над акваторией Азовского моря. Для анализа изменений уровня, вызываемых движущимися циклонами, выбраны пункты, расположенные по всему периметру побережья моря: Мысовое, Темрюк, Приморско-Ахтарск, Должанская, Ейск, Таганрог, Ново-Азовск, Мариуполь, Бердянск, Геническ (Рисунок 22).

**3.3.2.2 Влияние скорости и направления перемещения циклонов на максимальные величины сгонов и нагонов для прибрежных пунктов Азовского моря по данным численного моделирования.** В Таблицах 3.3, 3.4 приведены в сантиметрах максимальные значения сгонов  $S_m$  и нагонов  $N_m$  для пунктов побережья: Мысовое, Темрюк, Приморско-Ахтарск, Должанская, Ейск, Таганрог, Ново-Азовск, Мариуполь, Бердянск, Геническ, расположенных по всему периметру Азовского моря, в зависимости от направления и скорости смещения циклонов. Таблица 3.3 соответствует случаю, когда  $p_0 = 5$  гПа, Таблица 3.4 –  $p_0 = 10$  гПа. Здесь использованы следующие обозначения:  $V_1 = 5$  м/с,  $V_2 = 10$  м/с,  $V_3 = 15$  м/с. В Таблице 3.5 указаны значения скорости распространения свободных длинных волн  $c_w$  в зависимости от глубины моря  $H$ .

Как показывает анализ результатов, представленных в Таблицах 3.3, 3.4, амплитуда сгонно-нагонных колебаний уровня Азовского моря зависит от скорости смещения циклонов.

В мелководных районах моря, где глубины составляют 2–3 м (Таганрог, Ново-Азовск, Ейск, Геническ) и скорость распространения свободных длинных волн  $c_w$  лежит в пределах 5 м/с (Таблица 3.5), наибольшие величины сгонно-нагонных колебаний отмечаются при прохождении северного и северо-западного циклонов со скоростью 5 м/с. Исключение составляет случай, когда циклон перемещается вдоль моря по направлению 1. При этом наибольшие величины сгонов и нагонов имеют место при скорости смещения циклона равной

15 м/с. Видимо, здесь проявляет себя другой механизм генерации длинных волн большой амплитуды, отличный от механизма, связанного со скоростью движения возмущения близкой к средней скорости распространения длинных волн.

Таблица 3.3 – Максимальные рассчитанные величины (в см) сгонов ( $Sm$ ) и нагонов ( $Nm$ ) в Азовском море при  $p_0 = 5$  гПа в зависимости от направления и скорости смещения циклонов [Еремеев и др., 2000].

Пункты		Южный циклон (направление 1)			Северный циклон (направление 2)			Северо-запад. циклон (направление 3)		
		$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$
Мысовое	$Sm$	13	16	19	26	28	25	24	20	21
	$Nm$	12	15	15	26	24	30	23	24	26
Темрюк	$Sm$	26	32	37	3	22	27	16	12	13
	$Nm$	27	32	37	13	13	20	27	28	27
Приморско-Ахтарск	$Sm$	14	20	19	16	21	35	4	5	6
	$Nm$	19	24	25	12	19	20	6	8	11
Должанская	$Sm$	3	7	9	13	12	23	13	13	23
	$Nm$	6	7	11	25	27	26	18	22	21
Ейск	$Sm$	13	12	13	24	25	26	12	14	23
	$Nm$	11	12	13	22	23	18	10	16	19
Таганрог	$Sm$	13	17	23	42	30	26	66	53	34
	$Nm$	3	8	12	71	52	42	47	35	23
Ново-Азовск	$Sm$	24	26	27	23	19	21	36	21	25
	$Nm$	18	22	23	47	43	38	42	36	30
Мариуполь	$Sm$	13	15	17	17	17	19	19	17	17
	$Nm$	16	18	20	30	33	35	27	25	21
Бердянск	$Sm$	22	24	26	5	8	11	16	18	22
	$Nm$	21	24	29	11	11	16	19	20	22
Геническ	$Sm$	21	18	21	50	43	39	27	11	22
	$Nm$	23	22	20	47	42	45	10	26	10

В более глубоководных районах (Бердянск, Приморско-Ахтарск, Должанская, Темрюк), где глубины составляют 7–9 м, а  $c_w = 8–9,5$  м/с (Таблица 3.5) наибольшие колебания уровня отмечаются при скоростях движения источника возмущений 10–15 м/с.

Таблица 3.4 – Максимальные рассчитанные величины (в см) сгонов ( $Sm$ ) и нагонов ( $Nm$ ) в Азовском море при  $p_0 = 10$  гПа в зависимости от направления и скорости смещения циклонов [Еремеев и др., 2000].

Пункты		Южный циклон (направление 1)			Северный циклон (направление 2)			Северо-запад. циклон (направление 3)		
		$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$
Мысовое	Sm	35	43	48	64	66	59	58	52	54
	Nm	31	36	38	64	59	64	59	56	60
Темрюк	Sm	74	88	98	37	49	56	44	70	37
	Nm	74	83	93	8	29	37	72	36	71
Приморско-Ахтарск	Sm	39	51	50	50	57	77	1	11	14
	Nm	52	62	65	35	50	44	14	19	24
Должанская	Sm	7	14	18	40	40	43	37	40	52
	Nm	12	12	25	67	65	55	48	53	51
Ейск	Sm	31	30	36	59	43	44	8	34	47
	Nm	36	29	31	50	45	33	21	34	42
Таганрог	Sm	32	35	50	95	45	35	160	92	52
	Nm	3	13	19	160	110	89	110	68	47
Ново-Азовск	Sm	65	64	72	57	39	36	96	76	57
	Nm	48	57	57	120	98	85	110	91	75
Мариуполь	Sm	37	43	46	47	38	34	51	43	38
	Nm	44	50	52	74	76	80	72	63	52
Бердянск	Sm	60	66	71	13	20	25	47	53	60
	Nm	58	65	74	25	27	35	56	57	61
Геническ	Sm	58	51	47	130	110	91	67	60	50
	Nm	63	57	48	120	100	89	22	19	11

Таблица 3.5 – Скорость распространения свободных длинных волн  $c_w$  в зависимости от глубины моря  $H$

$H$ (м)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c_w$ (м/с)	4,4	5,4	6,3	7,0	7,7	8,3	8,9	9,4	9,9

Таким образом, можно заключить, что возможны случаи, когда циклоны движутся над Азовским морем со скоростью близкой к  $c_w$ . Это создает условия для возникновения резонанса Праудмена и может приводить к увеличению амплитуд генерируемых барическим образованием длинных волн, как это, например, показано в [Коновалов и др., 1995]. О влиянии резонанса Праудмена на ве-

личину сгонно-нагонных колебаний в Азовском море указывается в [Иванов и др., 2019; Черкесов и др., 2017b], где исследовано влияние скорости движения барического атмосферного фронта в поле стационарного ветра восточного направления. Рассмотрен интервал скоростей: 8,3–11,7 м/с. В результате установлено, что наибольшие нагоны генерируются при скорости перемещения барического возмущения 9,4 м/с. В работе [Фомин и др., 2018b] изучаются условия, приводящие к затоплению дельты реки Кубань и влияние скорости смещения циклона, движущегося на восток вдоль моря со скоростями 3,5; 7; 10,5; 14 м/с. Анализ результатов расчетов для быстрых циклонов (со скоростями смещения, превышающими 5 м/с), приведенных в этой статье, показал, что в районе Темрюка наибольшие подъемы уровня наблюдаются при скорости движения циклона 7 м/с, которая близка к  $c_w$  в данном районе. При этом увеличение подъема уровня составляло около 15% по сравнению со случаями, когда циклон перемещался со скоростями 10,5 и 14 м/с. Наименьший подъем уровня был отмечен для скорости 14 м/с. Таким образом, отношению скорости перемещения циклона к скорости распространения свободных длинных волн принадлежит важная, но не решающая роль при формировании значительных сгонно-нагонных колебаний уровня в Азовском море.

Наряду со скоростью смещения циклонов и глубиной моря, направление движения циклонов существенно влияет на амплитуду сгонно-нагонных колебаний, т.к. оно определяет направление преобладающих ветров. Наибольшую опасность для пунктов, расположенных в Таганрогском заливе, представляют северные и северо-западные циклоны. Так, при прохождении над морем северо-западных циклонов со скоростью 5 м/с в пунктах, расположенных в Таганрогском заливе, имеют место сильные сгоны и нагоны. Даже слабые циклоны, у которых  $p_0 = 5$  гПа, вызывают в Таганроге сгон равный 66 см и нагон – 47 см. Если же циклон имеет среднюю силу ( $p_0 = 10$  гПа), то величина сгонно-нагонных колебаний становится еще внушительней. Так в Таганроге сгон составляет 160 см, а нагон – 110 см. Отсюда можно заключить, что северо-западные циклоны даже средней интенсивности, перемещающиеся со скоро-

стью 5 м/с, представляют серьезную опасность для пунктов, расположенных в Таганрогском заливе, так как могут быть причиной катастрофических сгонов и нагонов.

На северо-западном побережье моря (Геничеськ) все три рассмотренных типа циклонов вызывают большой сгон, особенно, если они перемещаются со скоростью 5–10 м/с. Сгонно-нагонные колебания наибольшей амплитуды (120 см – сгон, 110 см – нагон;  $p_0 = 10$  гПа) вызываются медленным, движущимся со скоростью 5 м/с, северным циклоном. Таким образом, можно заключить, что северные циклоны, перемещающиеся над Азовским морем со скоростью 5 м/с, могут вызвать катастрофические сгонно-нагонные колебания в Геничеське.

Для северо-восточного побережья (Мариуполь) наиболее опасны северные со скоростями 5–15 м/с и северо-западные со скоростями 5–10 м/с циклоны. При этом величины сгонов преобладают над величинами нагонов для всех рассмотренных направлений и скоростей движения циклонов.

Наибольшее воздействие на динамику вод у восточного побережья (Приморско-Ахтарск) оказывают южные и северные циклоны, перемещающиеся со скоростями 10–15 м/с. При этом могут возникать сгонно-нагонные колебания с амплитудами более полуметра, если  $p_0 = 10$  гПа.

На южном побережье (Темрюк) наибольшие нагоны могут быть вызваны южными или северо-западными циклонами, а сгоны – южными или северными циклонами. При этом южные циклоны, перемещающиеся со скоростью 10 – 15 м/с, представляют наибольшую опасность для данного пункта. Они могут вызывать сгонно-нагонные колебания с амплитудой около одного метра, когда  $p_0 = 10$  гПа.

Основной вклад в формирование интенсивных сгонно-нагонных колебаний на юго-западном побережье (Мысовое) вносят северный и северо-западный циклоны. Причем они вызывают как сильный сгон, так и сильный нагон, величины которых слабо зависят от скорости движения циклона.

Для пунктов, расположенных у входа в Таганрогский залив (Должанская, Ейск), наибольшую опасность представляют северные и северо-западные ци-

клоны, которые могут вызывать сгонно-нагонные колебания с амплитудой более полуметра для  $p_0 = 10$  гПа.

Наибольшее воздействие на северное побережье (Бердянск) оказывают южные и северо-западные циклоны, вызывающие интенсивные сгоны и нагоны, слабо зависящие от скорости движения циклона.

С целью оценки чувствительности численного решения задачи к малым изменениям параметров циклона были проведены численные расчеты, в которых варьировались значения трех характеристик параметров:  $p_0$ ,  $R$ ,  $d$  (смещение направления параллельно первоначальному). При этом вариации указанных параметров относительно базовых значений  $p_0 = 10$  гПа,  $R = 600$  км составляли 2% ( $\Delta p_0 = \pm 0,2$  Гпа,  $\Delta R = \pm 12$  км, а значение  $d$  составляло 2% от радиуса циклона).

Анализ результатов проведенных численных экспериментов для всех рассмотренных пунктов показал следующее. При вариациях радиуса циклона максимальные отклонения величин нагонов не превышали 3%, сгонов – 4%. Вариации давления в центре циклона привели к изменениям максимальных отклонений уровня, составивших для нагонов 10%, а для сгонов – 9%.

Выполненный анализ свидетельствует о том, что малые изменения параметров циклона приводят к сравнительно малым изменениям максимальных величин сгонов и нагонов во всех рассмотренных пунктах побережья.

### **3.4 Сейши Азовского моря, вызываемые прохождением типичных для данного региона циклонов**

Рассмотрим колебания уровня моря, имеющие место в Азовском море после прекращения действия на его поверхность циклонического образования. Такие колебания принято называть сейшами [Океанографическая энциклопедия, 1980]. В Таблице 3.6 для ряда пунктов, расположенных на побережье моря, приведены периоды сейшевых колебаний, найденные на основе спектрального анализа рассчитанных полей отклонения свободной поверхности.

Таблица 3.6. – Периоды колебаний уровня  $T_1$ ,  $T_2$  (в часах) с наибольшей энергией в ряде пунктов побережья Азовского моря после прекращения действия возмущений в зависимости от направлений и скоростей смещения циклонов ( $V_1 = 5$  м/с,  $V_2 = 10$  м/с,  $V_3 = 15$  м/с).

Пункты		Южный циклон			Северный циклон			Северо-зап. циклон		
		$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_1$	$V_2$	$V_3$
Мысовое	$T_1$	27	16,3	16,3	16,3	14,5	16,3	27	16,3	7,2
	$T_2$	16,3	–	7,2	–	–	–	–	7,2	16,3
Темрюк	$T_1$	27	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3	27	16,3	7,2
	$T_2$	16,3	7,2	7,2	–	–	–	–	–	16,3
Приморско-Ахтарск	$T_1$	27	16,3	16,3	16,3	16,3	16,3	27	16,3	16,3
	$T_2$	16,3	–	–	–	–	–	14,5	–	11
Должанская	$T_1$	27	14,5	16,3	16,3	16,3	16,3	27	16,3	–
	$T_2$	16,3	–	–	–	–	–	–	–	7,2
Ейск	$T_1$	27	14,5	16,3	16,3	14,5	16,3	43	16,3	16,3
	$T_2$	–	–	–	–	–	–	–	–	7,2
Таганрог	$T_1$	27	14,5	16,3	16,3	14,5	14,5	27	27	14,5
	$T_2$	–	–	–	–	–	–	–	14,5	27
Ново-Азовск	$T_1$	27	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	27	27	14,5
	$T_2$	–	–	–	–	–	–	–	14,5	27
Мариуполь	$T_1$	27	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	27	14,5	–
	$T_2$	16,3	–	–	–	–	–	–	14,5	7,2
Бердянск	$T_1$	16,3	14,5	16,3	16,3	14,5	16,3	27	14,5	7,2
	$T_2$	27	7,2	7,2	–	–	–	–	7,2	14,5
Геническ	$T_1$	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	27	14,5	14,5
	$T_2$	27	–	–	–	–	–	14,5	–	8,5

Здесь показаны основной период  $T_1$ , которому соответствует наибольшая энергия колебаний, и период  $T_2$ , соответствующий второму по величине максимуму энергии колебаний, если он есть. Значения скоростей  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ , направлений смещения циклонов и амплитуды давления  $p_0$  те же, что и в подраз-

деле 3.4.2. Как показывает анализ Таблицы 3.6, рассмотренные типы циклонических возмущений, приводят к возникновению сейшевых колебаний в Азовском море со следующими периодами: 27 ч, 16,3 ч, 14,5 ч., 7,2 ч.

Причиной, приводящей к возникновению сейши с периодом, равным 27 ч, может служить прохождение над морем медленных циклонов (со скоростью 5 м/с) любого из рассмотренных здесь типов (Таблица 3.6). Наиболее эффективными являются воздействия южного и северо-западного циклонов. Мода с периодом 27 ч, как свидетельствуют анализ выполненных расчетов, наиболее сильно проявляется в Таганроге. Эти результаты находятся в согласии с оценками для относительных амплитуд сейш, полученными в [Иванов и др., 1994], подраздел 2.2.2, где для Таганрога относительная амплитуда данной моды составляет 94% от максимальной по морю. Из результатов обработки данных натурных наблюдений и математического моделирования, выполненных в работах [Курчатов, 1925; Герман, 1970; Волкова и др., 1978; Иванов и др., 1994; Матишов и др., 2008; Матишов и др., 2009; Филиппов, 2011; Филиппов, 2012; Демышев и др., 2017; Сабурин и др., 2017] следует, что колебание с околосуточным периодом является одноузловой сейшей. Из-за влияния вращения Земли ее узловая линия вращается против часовой стрелки.

Сейшевые колебания с периодами 14–16 ч отмечаются после прохождения над морем циклонов всех рассмотренных здесь типов, но интенсивность этих колебаний существенно зависит от скорости смещения циклонов. Колебания с данными периодами наиболее интенсивны при смещении южных циклонов со скоростями 10–15 м/с, в случае северного циклона – для всего рассмотренного интервала изменения скоростей, для северо-западного циклона – лишь при скорости 10 м/с. Наличие сейш с периодами 14–16 ч подтверждают исследования и других авторов. Так в [Герман, 1970] этот факт установлен на основе обработки данных натурных наблюдений. А в результате численного моделирования воздействия стационарного ветра на поверхность моря – в [Филиппов, 2011; Филиппов, 2012; Демышев и др., 2017; Сабурин и др., 2017]. Наряду с достаточно длиннопериодными колебаниями (14–27 ч), прохождение циклонов над Азов-

ским морем может приводить к возникновению сейш с периодом равным 7,2 часа. На наличие сейши с таким периодом в юго-западной части моря указывается в [Курчатов, 1925], где она выделена на основе обработки данных наблюдений, а также статье [Филиппов, 2012], где она выделена численно. В подразделе 2.3.1 и в статье [Иванов и др., 1994] данная мода получена на основе решения задачи на собственные значения. Анализ расчетов показал, что причиной образования сейши с периодом 7,2 часа может служить перемещение над морем северо-западного циклона со скоростью 15 м/с. При этом в Мысовом, Темрюке, Бердянске главный максимум в энергетическом спектре отмечается на этом периоде. В работе [Сабурин и др., 2017] в результате моделирования воздействия стационарного южного ветра выделена мода сейшевых колебаний с периодом 6,2–6,5 ч с наибольшей интенсивностью, проявляющаяся в Темрюке и Бердянске.

Также анализ Таблицы 3.6. позволяет сделать вывод, что в результате прохождения над акваторией Азовского моря циклонов при определенных значениях параметров могут генерироваться одновременно несколько мод собственных колебаний, интерференция которых будет дополнительно усложнять картину явления.

### **Выводы к разделу 3**

1. Наибольшие нагоны в северо-западной части Черного моря вызываются циклонами, движущимися с юго-запада и юга, а наибольшие сгоны – циклонами, приходящими с северо-запада и севера.

2. Самые интенсивные сгонно-нагонные колебания уровня Черного моря возникают в пунктах, расположенных в мелководной северо-западной части моря: Хорлах, Одессе, Очакове. Прохождение циклонов даже средней интенсивности (перепад давления между центром и периферией 10 гПа) может вызывать в этих пунктах значительные, более 50 см и сгоны, и нагоны. В Феодосии,

как правило, имеет место либо только нагон, либо только сгон. А у пунктов с приглубым берегом (Севастополь, Ялта) сгонно-нагонные колебания уровня выражены слабо.

3. Все рассмотренные в настоящей работе типы циклонов (южные, северные, северо-западные), перемещающиеся со скоростями 5–10 м/с, вызывают интенсивные сгоно-нагонные колебания у северо-западного побережья Азовского моря (Геничеськ). Существенную опасность для Геничеська представляют медленные (смещаются со скоростью 5 м/с) северные циклоны, которые могут формировать в этом пункте, катастрофические и сгоны, и нагоны. Наибольшее воздействие на динамику вод у восточного побережья моря (Приморско-Ахтарск) оказывают южные и северные циклоны, перемещающиеся со скоростями 10–15 м/с. На южном побережье (Темрюк) максимальные нагоны могут быть вызваны южными или северо-западными циклонами, а сгоны – южными или северными циклонами. При этом южные циклоны, перемещающиеся со скоростью 10–15 м/с, наиболее опасны для данного пункта. Основной вклад в формирование интенсивных сгонно-нагонных колебаний на юго-западном побережье (Мысовое) вносят северный и северо-западный циклоны. Причем они вызывают как сильный сгон, так и сильный нагон, величины, которых слабо зависят от скорости движения циклона. Для Таганрога наибольшую опасность представляют медленные (смещаются со скоростью 5 м/с) северные и северо-западные циклоны. Северо-западные циклоны (даже средней интенсивности) могут являться причиной экстремальных сгонов и нагонов в данном пункте, а северные – экстремальных сгонов. На северном побережье (Бердянск) южные и северо-западные циклоны, смещающиеся со скоростями 10–15 м/с, вызывают интенсивные сгоны и нагоны.

4. После прохождения циклонов над акваторией Азовского моря в нем генерируются сейшевые колебания уровня. Наиболее интенсивны моды с периодами 27; 14–16; 7,2 ч. Модовый состав генерируемых сейш зависит от скорости и направления смещения циклонов. Колебания с периодом 27 ч вызываются медленными циклонами (скорость 5 м/с) всех рассмотренных типов. При этом

наиболее эффективным является воздействие южного и северо-западных циклонов. Сейшевые колебания с периодами 14–16 ч также вызываются всеми рассмотренными в настоящей работе типами циклонов. Они наиболее интенсивны после прохождения циклонов со скоростью 10 м/с. Быстро перемещающиеся (10–15 м/с) южные и северо-западные циклоны генерируют моду сейшевых колебаний с периодом 7,2 ч.

Результаты, представленные в настоящем разделе, опубликованы в следующих работах: [Иванов и др., 1994; Коновалов и др., 1998; Иванов и др., 1998; Иванов и др., 1999а; Иванов и др., 1999b; Коновалов и др., 1999; Еремеев и др., 2000].

## РАЗДЕЛ 4. СЕЙШЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ УРОВНЯ МОРЯ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ БУХТ, ВЫЗЫВАЕМЫЕ РАЗНЫМИ ТИПАМИ ВОЗМУЩЕНИЙ

### 4.1 Особенности сейшевых колебаний в бухтах

Явление, известное под названием «резонанса в гавани» (англ. *harbor resonance*), возникает в полузакрытых бассейнах, таких как бухты или заливы, если параметры внешних воздействий совпадают с периодами собственных колебаний бассейна, которые определяются геометрическими размерами, профилем береговой черты и батиметрией. Энергия внешних волновых возмущений может захватываться полузакрытой областью, из-за чего в этой области происходит усиление колебаний [Gao et al., 2016]. Это может привести к возникновению тягуна [Лабзовский, 1971], приводящего к столкновению судов, разрыву швартовых и проблемам при погрузочно-разгрузочных работах. Интенсивные колебания в бухтах могут вызываться разнообразными динамическими воздействиями: цугами короткопериодных волн, инфрагравитационными волнами, резкими перепадами атмосферного давления, цунами от удаленных землетрясений и волнами, вызванными подводными оползнями [Gao et al., 2016, Манилюк и др., 2019].

Большой теоретический и практический интерес представляет изучение сейшевых колебаний в системах из нескольких близко расположенных (смежных) бухт. Характерным примером является система севастопольских бухт, включающая семь основных бухт разного размера и конфигурации. В общем случае исследование резонансных свойств в такой системе достаточно сложно. Поэтому в качестве первого шага в настоящей работе рассматриваются задачи для двух смежных бухт, аппроксимирующих Севастопольскую и Карантинную бухты. При математическом моделировании сейш в бухтах обычно используется методика, основанная на решении серии нестационарных задач с разными видами возмущающих сил, действующих на поверхность водоема. В качестве возмущений обычно рассматриваются: волнопродуктор на жидкой границе бас-

сейна [Фомин и др., 2017], генерирующий волны на интервале, включающем резонансные частоты, либо «белый» шум [Железняк, 2014], начальное возмущение типа цунами [Шевченко и др., 2010]. Подобные методы применяются в настоящей работе.

Для моделирования сейш в системе связанных бухт требуется мелкая пространственная сетка, детально аппроксимирующая каждую бухту. При этом размеры ячеек сетки будут составлять от нескольких метров до нескольких десятков и сотен метров в зависимости от батиметрии, профиля береговой черты и наличия береговой инфраструктуры. В результате общее количество ячеек сетки будет достигать более ста тысяч, а узлов – более пятидесяти тысяч. Для устойчивости численных схем необходим временной шаг 0,1–0,01 с. Для решения данной задачи требуются модели, использующие параллельные вычисления. К классу таких моделей относится численная гидродинамическая модель *ADCIRC (Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries)* [Luettich et al., 1992; Luettich et al, 2004; Фомин и др., 2017, Манилюк и др., 2019]. Модель основана на методе конечных элементов, что позволяет с высокой точностью аппроксимировать береговую черту бухт и их батиметрию. В модели применена технология параллельных вычислений *MPI (Message Passing Interface)*. Все расчеты, результаты которых используются в настоящем разделе, были выполнены на основе модели *ADCIRC* на кластере МГИ ([hpc-mhi.org](http://hpc-mhi.org)).

## **4.2 Моделирование отклика двух смежных бухт на начальное возмущение, вызванное подвижкой дна моря**

### **4.2.1 Параметры численной модели и описание численных экспериментов.**

Для моделирования резонансных колебаний в системе смежных бухт применялся линейный вариант численной гидродинамической модели *ADCIRC (Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries)* [Luettich et al.,

1992; Luettich et al., 2004; Фомин и др., 2017]. Описание используемого в настоящей работе варианта численной модели приведено в подразделе 1.3.3.

Расчеты проводилось для двух смежных бухт прямоугольной формы и постоянной глубины. Геометрия расчетной области представлена на Рисунке 23. Большая бухта (в дальнейшем будем называть ее бухта *A*) имела характерные размеры и среднюю глубину Севастопольской бухты (длина 7 км, ширина 1 км, глубина 11,7 м), меньшая бухта (в дальнейшем будем называть ее бухта *B*) соответствовала Карантинной бухте (длина 2,4 км, ширина 370 м, глубина 11,8 м). Наибольшая ширина расчетной области за пределами бухт составляла 21 км, а ее глубина равнялась 30 м, что соответствует средней глубине прибрежной зоны Севастопольского региона. Неструктурированная расчетная сетка (Рисунок 24) состояла из  $\sim 40000$  узлов. Шаг интегрирования системы (1.61), (1.62) по времени составлял 0,025 с. Коэффициент  $A_h = 3 \text{ м}^2/\text{с}$  [Манилюк и др., 2019].

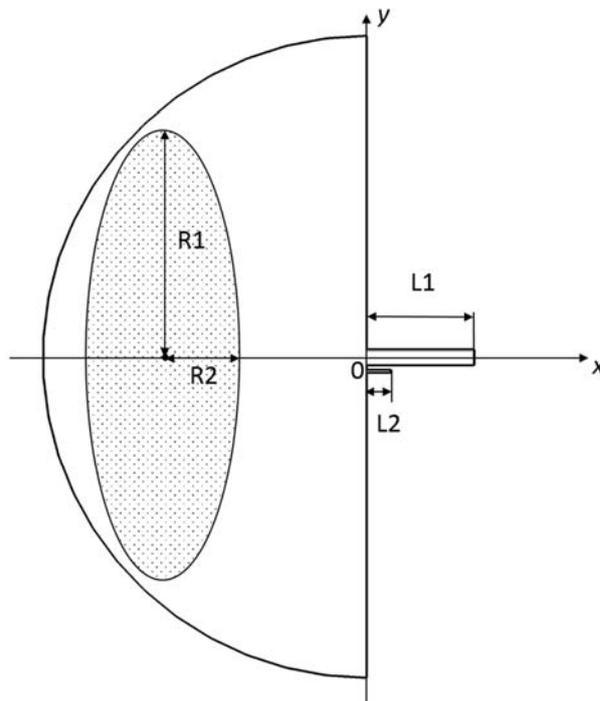


Рисунок 23 – Схема расчетной области

Начальные условия имели вид

$$U = 0, V = 0, \eta = \eta_0 \begin{cases} \sqrt{1-r^2}, & r < 1 \\ 0, & r \geq 1 \end{cases}, \quad (4.1)$$

где  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 / R_1^2 + (y - y_0)^2 / R_2^2}$  ;

$\eta_0$  – максимальный подъем уровня;

$x_0, y_0$  – координаты центра эллипса;

$R_1, R_2$  – поперечная и продольная полуоси эллипса, лежащего в основании начального возмущения.

Константа  $\eta_0$  в формуле (4.1) выбиралась так, чтобы амплитуда генерируемой волны составляла примерно 0,5 м на входе в бухту А.

Область начального возмущения была ориентирована параллельно берегу (Рисунок 23). Ее продольный размер не менялся и составлял 30 км. Поперечный размер области возмущений выбирался из следующих соображений. Согласно нормативному документу [Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования. СП 292.1325800.2017, 2017], период волны цунами в прибрежной зоне Севастополя  $\tau$  составляет ~10 мин.

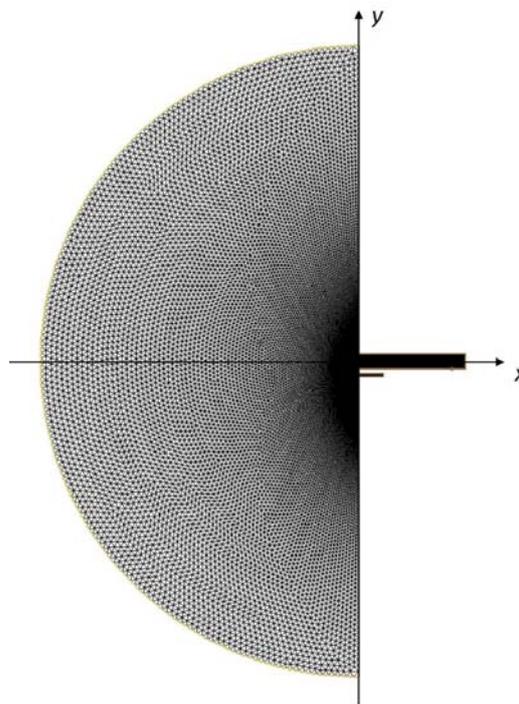


Рисунок 24 – Неструктурированная расчетная сетка

Тогда в рамках длинноволнового приближения в качестве поперечного размера области возмущения можно принять величину  $\lambda = c\tau = \sqrt{gh} \cdot \tau$ . Отсюда при  $h = 30$  м и  $\tau = 10$  мин получаем, что  $\lambda \sim 10$  км. В работе [Лобковский и др., 2018] размеры характерных для Черного моря очагов землетрясения, определенные по формуле *Wells* [Wells et al., 1994], составляют около  $16,4 \times 68$  км. На основании данных оценок в численных экспериментах значения  $\lambda$  изменялись от 10 до 16 км.

На твердых границах расчетной области ставилось условие непротекания. На жидкой границе задавалось условие свободного прохождения вида [Шевченко и др., 2010]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sqrt{gh} \frac{\partial \eta}{\partial n} = 0.$$

Было выполнено четыре серии численных экспериментов. В первой серии расчетная область включала в себя обе бухты, во второй – только бухту *A*, в третьей – только бухту *B*, в четвертой – только область прибрежного шельфа без бухт. В каждой серии экспериментов параметр  $\lambda$  составлял 10, 14 и 16 км. Общее время интегрирования задавалось равным 4 ч.

Модельные значения уровня моря выводились в 21 точке, расположение которых показано на Рисунке 25 [Манилюк и др., 2019].

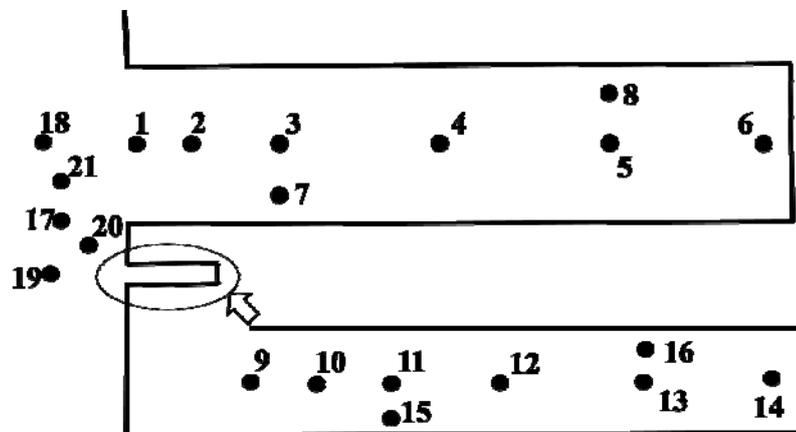


Рисунок 25 – Схема расположения контрольных точек

Далее с использованием спектрального анализа колебаний уровня моря в этих точках выделялись резонансные периоды. Для уменьшения влияния переходных процессов на результат определения резонансных периодов, спектры рассчитывались для усеченных рядов, из которых был исключен начальный интервал времени длиной 90 мин.

**4.2.2 Влияние масштаба области возмущения на генерацию сейшевых колебаний в смежных бухтах.** В Таблицах 4.1, 4.2 для каждой из бухт приведены значения резонансных периодов, установленные в результате анализа результатов численных экспериментов, описанных в подразделе 4.2.1.

Таблица 4.1 – Резонансные периоды (мин) в бухте А в порядке убывания энергии колебаний при разных значениях ширины области начального возмущения

Контрольные точки																	
1			2			3			4			5			6		
Серии экспериментов																	
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$
$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{20}{9}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{9}{20}$	–	–	$\frac{9}{45}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{36}{9}$	$\frac{36}{9}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{9}{45}$
–	–	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{9}$	–	$\frac{9}{9}$	$\frac{20}{9}$	–	–	$\frac{20}{20}$	$\frac{45}{45}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	–	$\frac{9}{45}$	$\frac{20}{20}$
Контрольные точки																	
7			8			17			18			20			21		
Серии экспериментов																	
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{15}{15}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	$\frac{9}{45}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{36}{9}$	$\frac{36}{9}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	$\frac{9}{9}$	$\frac{20}{9}$	$\frac{45}{9}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
–	$\frac{9}{9}$	$\frac{9}{9}$	$\frac{45}{9}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{20}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Примечания: В I серии экспериментов  $\lambda = 10$  км; во II –  $\lambda = 14$  км; в III –  $\lambda = 16$  км.

Значения периодов даны в виде дроби, в числителе которой результат расчета без смежной бухты, а в знаменателе – со смежной бухтой.

Значения резонансных периодов упорядочены по убыванию энергетического вклада соответствующих мод и составляют не менее 10 % от максимума. Арабскими цифрами обозначены номера контрольных точек (Рисунок 25). Римскими цифрами обозначены серии численных экспериментов.

Значения собственных периодов бухт можно оценить по формуле Мериана [Манилюк и др., 2017b]:

$$\tau_{km} = \frac{4}{\sqrt{gh}} \frac{ab}{\sqrt{(1+2k)^2 b^2 + 4m^2 a^2}}, \quad (4.2)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $h$  – длина, ширина и глубина соответствующей бухты;

$k = 0, 1, 2, \dots$  – номер продольной моды;

$m = 0, 1, 2, \dots$  – номер поперечной моды.

Значения собственных периодов бухт  $A$  и  $B$ , рассчитанные по формуле (4.2), приведены в Таблице 4.3.

Как видно из Таблицы 4.1, в бухте  $A$  доминируют моды с периодами 45, 36, 20, 15 и 9 мин. Анализ результатов расчетов показал, что в вершине бухты (точки 5, 6) также прослеживается мода с периодом 6,4 мин. Периоды 45, 15 и 9 мин удовлетворительно согласуются с аналитическим решением (4.2), (Таблица 4.3), и их можно интерпретировать, как периоды собственных колебаний бассейна  $A$ . Согласно формуле (4.2) и Таблице 4.3, значение  $\tau$ , равное 45 мин, соответствует нулевой моде  $\tau_{00}$  (моде Гельмгольца); значение  $\tau$ , равное 15 мин, – одноузловой продольной моде  $\tau_{10}$ ; значение  $\tau$ , равное 9 мин, – двухузловой продольной моде  $\tau_{20}$ . Мода  $\tau_{10}$  с периодом 15 мин, независимо от ширины области возмущения и наличия смежной бухты, имеет высокую интенсивность и выделяется во всей акватории бухты  $A$  (Таблица 4.1, Рисунок 26), доминируя в вершине этой бухты (Рисунок 26 с).

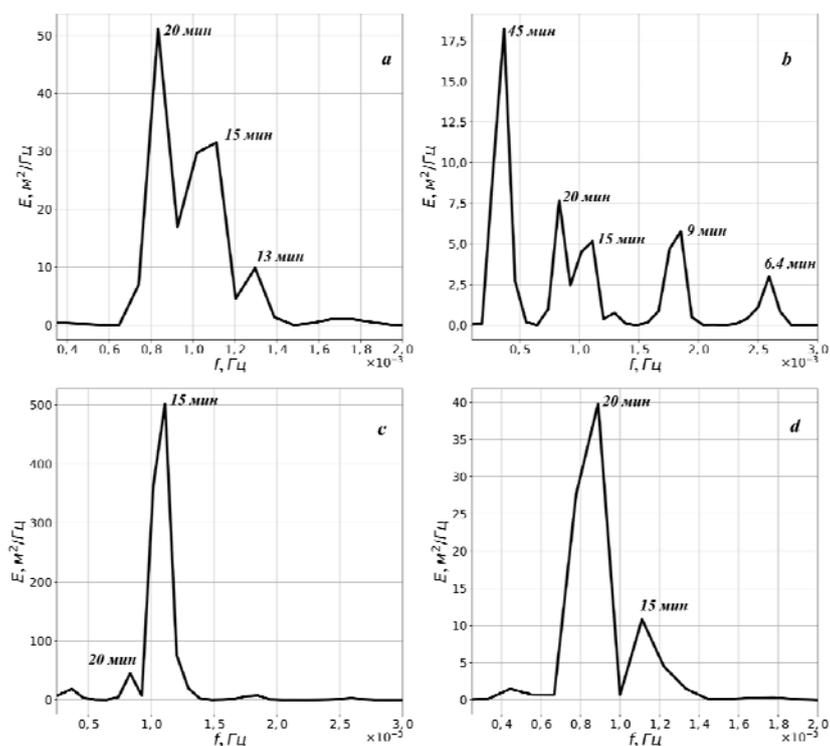


Рисунок 26 – Периодограммы уровня моря для модельной бухты  $A$ , аппроксимирующей Севастопольскую бухту (ширина области возмущения 10 км) для контрольных точек 1 ( $a$ ), 5 ( $b$ ), 6 ( $c$ ), 18 ( $d$ )

Таблица 4.2 – Резонансные периоды бухты  $B$  (мин) при разных значениях ширины области начального возмущения  $\lambda$

Контрольные точки																	
9			10			11			12			13			14		
Серии экспериментов																	
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
20	20	20	20	20	20	12	20	20	12	12	20	12	12	20	12	12	20
36	36	36	36	36	36	12	36	36	14	14	12	36	14	12	12	14	12
14	14	–	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
–	–	12	–	–	12	–	–	12	12	–	36	–	12	14	–	12	14
		–			–	20	12	4	20	20	4	20	20	12	20	20	12

Примечания: аналогично Таблице 4.1

Анализ результатов численных расчетов показал, что при всех рассмотренных параметрах возмущений в бухтах  $A$ ,  $B$  и прибрежной зоне генерируются

интенсивные колебания с периодами 36 и 20 мин (Таблицы 4.1, 4.2). Данные моды не являются собственными для этих бухт. Их можно интерпретировать как стоячие колебания, образующиеся в результате взаимодействия набегающей волны с вертикальной стенкой [Рабинович, 1993]. Это предположение подтверждается расчетами для случаев, когда береговая черта не имеет бухт [Манилюк и др., 2019].

Таблица 4.3 – Периоды собственных колебаний бухт *A* и *B*, рассчитанные по формуле (4.2)

Мода		Бухта <i>A</i>	Бухта <i>B</i>
<i>k</i>	<i>m</i>	$\tau_{km}$ , МИН	$\tau_{km}$ , МИН
0	0	43,6	11,7
1	0	14,5	3,9
2	0	8,7	2,3
3	0	6,3	1,7
0	1	3,1	0,7
1	1	3,0	0,7

В бухте *A* колебание уровня моря с периодом 36 мин возникает только в тех случаях, когда не учитывается смежная бухта *B*. Как следует из Таблицы 4.1 и Рисунка 26, *a*, мода со значением  $\tau$ , равным 20 мин, доминирует как у входа в бухту *A* (точка 1), так и за ее пределами (точки 17–21).

Таким образом, интенсивность собственных колебаний уровня у входа в бухту *A* незначительна, что косвенно подтверждает обоснованность часто используемого при моделировании граничного условия  $\eta = 0$ , предполагающего наличие на входе в бухту узловой линии уровня собственных мод колебаний. Колебания с периодами 20, 36 мин заметно проявляются в окрестности узловой линии одноузловой продольной моды (ее период равен 15 мин), проходящей через точки 5, 8.

Сопоставление периодов сейш из Таблиц 4.1 и 4.3 показывает, что увеличение значения  $\lambda$  от 10 до 16 км приводит к расширению модового состава сейш, генерируемых в бухте *A*. При увеличении  $\lambda$  до 14–16 км в точках 3, 4 на-

чинает проявляться мода с периодом 9 мин, а в точке 6 – либо мода с периодом 9 мин (когда не учитывается смежная бухта), либо мода с периодом 45 мин (когда смежная бухта учитывается).

На Рисунке 27 показаны модельные мареограммы уровня моря в бухте *B*, когда ширина области возмущения равна 12 км ( $\tau = 11,66$  мин) для точек 10 (Рисунок 27 *a*), 14 (Рисунок 27 *b*), 16 (Рисунок 26 *c*). А на Рисунке 28 – модельные мареограммы уровня моря в бухте *B*, когда ширина области возмущения составляет 12,036 км ( $\tau = 11,7$  мин) для точек: 10 (Рисунок 28 *a*), 14 (Рисунок 28 *b*), 16 (Рисунок 28 *c*). На входе в бухту (точка 10) амплитуда волны начального возмущения составляет около 0,5 м (Рисунки 27 *a*; 28 *a*) [Манилюк и др., 2019].

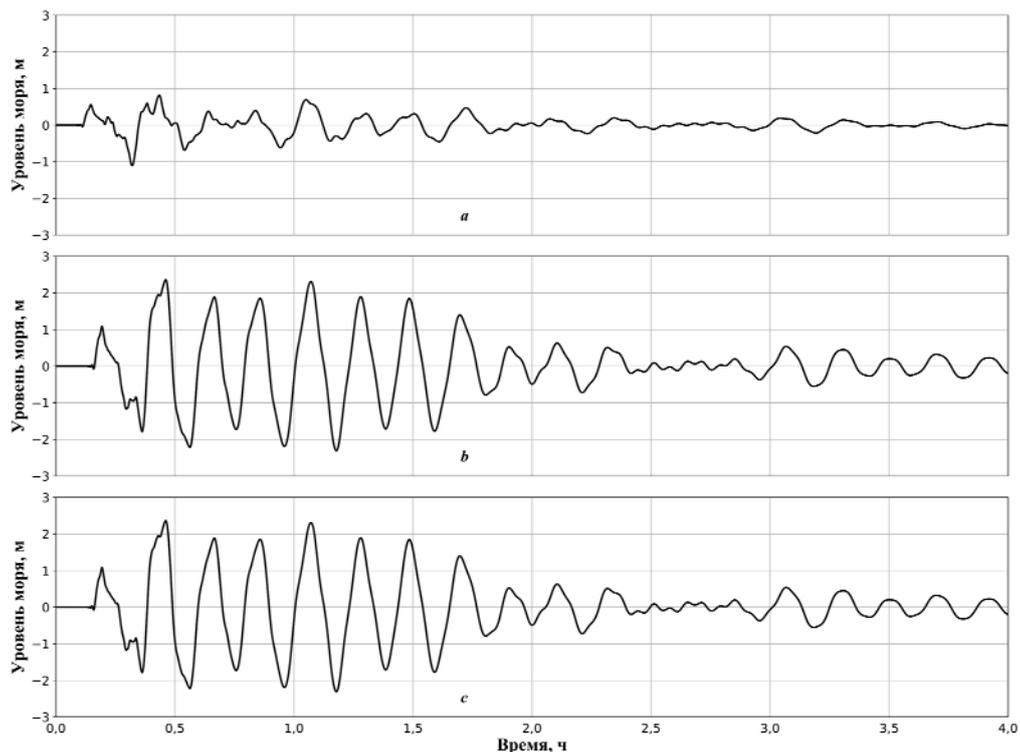


Рисунок 27 – Модельные мареограммы уровня моря в бухте *B* (ширина области возмущения 12 км,  $\tau = 1,66$  мин) для контрольных точек 10 (*a*), 14 (*b*), 16 (*c*)

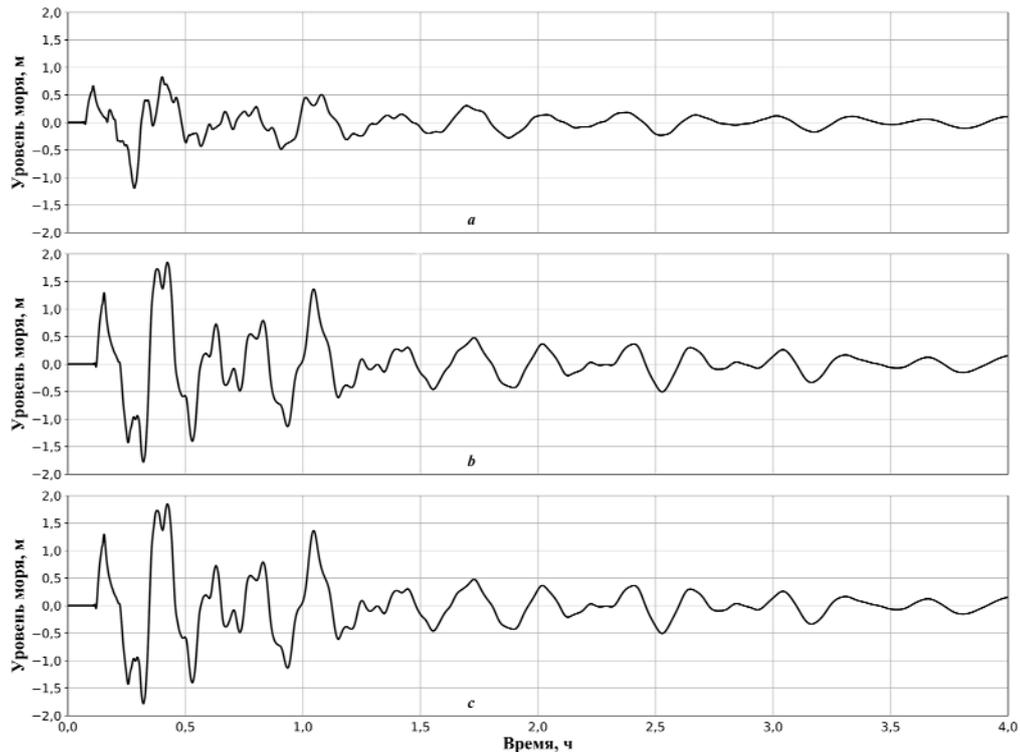


Рисунок 28 – Модельные мареограммы уровня моря в бухте *B*, ширина области возмущения 12,036 км ( $\tau = 11,7$  min) для контрольных точек 10 (*a*), 14 (*b*), 16 (*c*)

Анализ Рисунков 27, 28 показывает, что отклик бухты на возмущение типа (4.1) сильно зависит от ширины области возмущения (периода волны  $\tau$ ). Так, даже если периоды возмущений различаются на 6 с, то волновые картины заметно отличаются.

Во-первых, при  $\tau = 11,7$  мин в бухте генерируется сейша, амплитуда которой в точках 14, 16 составляет около 3 м (Рисунки 28 *b, c*). Если  $\tau = 11,66$  мин, то амплитуда сейши в указанных точках не превышает 2 м (Рисунки 27 *b, c*). Во-вторых, в случае резонанса уровень совершает в течение часа четыре колебания со значительной (не менее 2 м) амплитудой (Рисунки 28 *b, c*). Если  $\tau = 11,66$  мин, то имеет место только одно возвышение уровня с амплитудой более 1,5 м (Рисунки 27 *b, c*).

Анализ результатов расчетов показал, что максимальная амплитуда сейш при ширине области начального возмущения, равной 10 км ( $\tau = 10$  мин), 14 км ( $\tau = 13,61$  мин) и 16 км ( $\tau = 15,55$  мин), составляет около 2 м. Таким образом,

волна цунами с периодом 11,7 мин представляет потенциальную опасность для бухты *B*, так как амплитуда генерируемой им сейши будет превышать в 1,5 раза амплитуды сейш для всех других рассмотренных здесь значений начальной ширины области возмущения. При этом колебания уровня с такой высокой амплитудой будут повторяться не менее четырех раз.

**4.2.3 Взаимное влияние смежных бухт друг на друга.** Как показал анализ результатов расчетов, приведенных в табл. 4.1, наличие бухты *B*, связанной с бухтой *A*, оказывает заметное влияние на волновые процессы в бухте *A*. В частности, это приводит к интенсификации моды Гельмгольца бухты *A* по сравнению со случаем, когда бухты *B* нет. Данная мода с наибольшей силой проявляется в области, примыкающей к вершине бухты (точки 4, 5, 6). Энергетический вклад моды Гельмгольца по сравнению с другими модами с увеличением ширины области возмущения возрастает. В точке 5 при  $\lambda \geq 14$  км мода Гельмгольца становится преобладающей. Поэтому можно предположить, что возмущение, обусловленное подвижкой дна моря, может приводить к генерации интенсивной моды Гельмгольца в Севастопольской бухте. Например, цунами, вызванное катастрофическим Ялтинским землетрясением 1927 г., привело к генерации в Севастопольской бухте сейши с периодом, равным 52 мин, с высотой волны 23 см [Доценко и др., 2013].

Анализ модельных мареограмм показал, что наличие смежной бухты увеличивает максимальный подъем уровня на 5–10 % в зависимости от ширины области возмущения. Наибольшие различия в высотах подъема уровня отмечались при значениях  $\lambda$ , равных 10 и 16 км.

Бухта *A* оказывает существенное влияние на волновые процессы в бухте *B*. Она интенсифицирует в ней моду Гельмгольца, а также существенно ослабляет колебание с периодом 36 мин, которое при наличии смежной бухты не проявляется в бухте *B*. Как видно из Таблицы 4.2, в случае учета смежной бухты мода Гельмгольца бухты *B* преобладает над остальными модами в вершине бухты *B* (точки 12–14), когда  $\lambda$  равна 10 и 14 км. Увеличение ширины области начального возмущения до 16 км приводит к тому, что в бухте *B* начинает преоб-

ладать колебание с периодом 20 мин (стоячая волна, возникающая при взаимодействии набегающей волны с вертикальной стенкой). При этом интенсифицируется мода с периодом 4 мин.

### 4.3 Сейшевые колебания в системе севастопольских бухт

**4.3.1. Оценка периодов собственных колебаний уровня севастопольских бухт с помощью аналитических моделей.** Для предварительной оценки величин возможных значений периодов сейшевых колебаний в севастопольских бухтах использовались результаты расчетов периодов собственных мод по двум аналитическим моделям, основанным на решениях краевых задач в линейной постановке для длинных волн. Первая аналитическая модель [Манилюк и др., 2017b] – бассейн прямоугольной формы постоянной глубины с открытым входом, собственные периоды которого рассчитываются по формуле (4.2). Вторая аналитическая модель [Манилюк и др., 2019b] представляет собой прямоугольный бассейн, глубина которого изменяется по параболическому закону  $h(x) = h_1(1 - x^2/a)$ . Значения периодов старших мод собственных колебаний можно определить по формулам:

$$T_0 = 2,22[2a/(gh_1)^{1/2}], \quad \frac{T_1}{T_0} = 0,409; \quad \frac{T_2}{T_0} = 0,259; \quad \frac{T_3}{T_0} = 0,189, \quad (4.3)$$

где  $h_1$  – глубина на входе в бассейн;

$a$  – длина бассейна.

В Таблице 4.4 представлены, рассчитанные по формулам (4.2) и (4.3) периоды собственных колебаний для бассейнов, имеющих характерные размеры Севастопольских бухт. Как видно из этой таблицы, значения периодов мод Гельмгольца для всех рассмотренных модельных бухт с переменной глубиной, полученные по формуле (4.3), меньше оценок для бассейнов с постоянной глубиной, найденных по формуле (4.2). Периоды остальных рассмотренных здесь

продольных мод сейш в бассейнах с постоянной и переменной глубиной в большинстве случаев близки друг к другу.

Таблица 4.4. Периоды собственных колебаний Севастопольских бухт, рассчитанные по формулам: (4.2) – для бассейна постоянной глубины и (4.3)– для бассейна с параболическим профилем дна (значения периодов указаны в скобках). Под названием бухт приведены их параметры: ( $a$ ;  $b$ ;  $h$ ;  $h_1$ ) – длина бухты (км); ширина бухты (км); средняя глубина бухты (м); глубина у входа в бухту (м).

Мода		бух. Севастопольская (7; 1,0; 11,7; 20)	бух. Южная (2,4; 0,32; 12,6; 17)	бух. Круглая (1,1; 0,68; 5,3; 15)
$k$	$m$	$T_{km}$ , мин	$T_{km}$ , мин	$T_{km}$ , мин
0	0	43,8 (36,7)	14,4 (13,6)	10,2 (6,6)
1	0	14,6 (15,0)	4,8 (5,6)	3,4 (2,7)
2	0	8,8 (9,5)	2,9 (3,5)	2,0 (1,7)
3	0	6,3 (6,9)	2,1 (2,6)	1,5 (1,3)
0	1	2,8	1,0	3,0
1	1	2,8	0,9	2,3
		бух. Карантинная (1,57; 0,2; 8,2; 15)	бух. Стрелецкая (2,0; 0,38; 9,9; 20)	бух. Камышовая (2,8; 0,41; 9,1; 20)
$k$	$m$	$T_{km}$ , мин	$T_{km}$ , мин	$T_{km}$ , мин
0	0	11,7 (9,5)	13,5 (10,5)	19,8 (14,7)
1	0	3,9 (3,9)	4,5 (4,3)	6,7 (6,0)
2	0	2,3 (2,5)	2,7 (2,7)	4,0 (3,8)
3	0	1,7 (1,8)	1,9 (2,0)	2,8 (2,8)
0	1	0,7	1,3	1,5
1	1	0,7	1,2	1,4

Анализ Таблицы 4.4 показывает, что наибольшие значения имеют периоды старших собственных мод Севастопольской бухты. Период моды Гельмгольца этой бухты более чем в три раза превышает периоды соответствующих мод в других севастопольских бухтах. Отметим, что период одноузловой продольной сейши Севастопольской бухты близок к периоду моды Гельмгольца Южной бухты. Это может приводить к резонансному усилению колебаний уровня и сейшевых течений. Во всех рассмотренных здесь севастопольских бухтах выделяются моды с периодами, лежащими в интервале 2–3 мин, на котором воз-

можно возникновение тягуна. Также в спектре собственных колебаний в бухтах Южная, Стрелецкая, Карантинная, Камышовая имеют место моды с периодами, лежащими в пределах 4–5 мин.

Отметим работу [Чехов и др., 2015], в которой на основе метода конечных элементов выполнен расчет периодов собственных колебаний Севастопольской бухты с учетом реальных профиля береговой черты и батиметрии. В ней получены значения периодов старших шести мод: 50; 22; 14,7; 12; 9,5; 7,9 мин. Сопоставление этих периодов с оценками, найденными аналитически (см. Таблица 4.4), показывает, что численные и аналитические оценки достаточно хорошо согласуются между собой. Исключение составляет мода с периодом 22 мин, которая получена только при использовании численной модели. Это связано с учетом в численной модели Южной бухты и реальных батиметрии и профиля береговой черты.

**4.3.2 Параметры численной модели и описание численных экспериментов.** Для моделирования сейшевых колебаний в системе севастопольских бухт применялся линейный вариант численной гидродинамической модели *ADCIRC (Advanced Circulation Model for Shelves Coasts and Estuaries)* [Luettich et al., 1992; Luettich et al., 2004; Фомин и др., 2017]. Описание используемого в настоящей работе варианта численной модели приведено в подразделе 1.3.3.

Моделирование проводилось на неструктурированной расчетной сетке из 56 354 узлов (107 202 конечных элемента), учитывающей реальные профиль береговой черты и батиметрию, показанной на Рисунке 29. Для устойчивости численного алгоритма шаг интегрирования по времени  $\Delta t = 0,025$  с. Коэффициент турбулентной вязкости  $A_h = 3$  м<sup>2</sup>/с;  $\tau_0 = 0,005$ .

В качестве начального приближения для оценки периодов собственных колебаний исследуемых бухт  $T_{km}$  использовалась формула (4.2).

Численное моделирование выполнялось для трех интервалов периодов возмущений, перекрывающих диапазон собственных периодов Севастопольских бухт, рассчитанных с использованием формулы (4.2):

$$\Delta T_1 = 30 - 52 \text{ мин}, \Delta T_2 = 8 - 30 \text{ мин}, \Delta T_3 = 1 - 15 \text{ мин}. \quad (4.4)$$

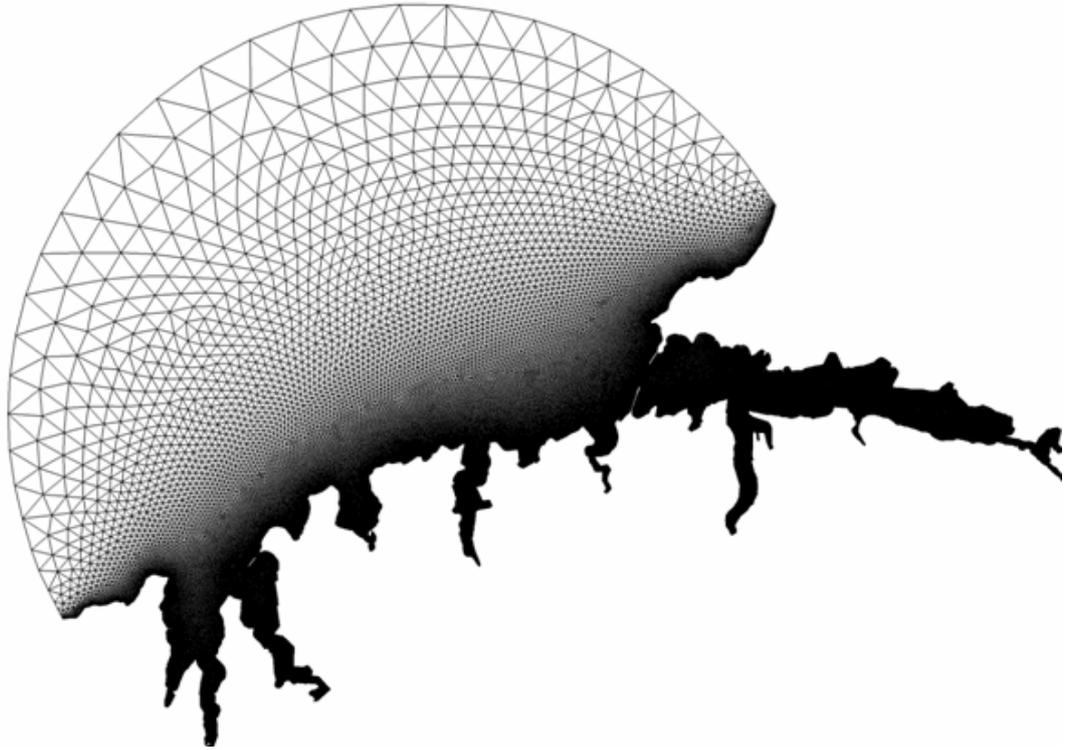


Рисунок 29 – Неструктурированная расчетная сетка для моделирования сейшевых колебаний в системе Севастопольских бухт

Выбор интервалов проводился из следующих соображений: диапазоны  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  содержат высокочастотные моды сейш Черного моря и возмущения, вызванные перемещением циклонов над акваторией моря, волнами цунами, диапазон  $\Delta T_3$  – инфрагравитационные волны и возмущения, вызванные колебаниями атмосферного давления.

Расчеты выполнялись в два этапа. На первом этапе использовались нулевые начальные условия. При  $t > 0$  на открытой границе расчетной области задавались возмущения вида:

$$\eta = \frac{a_0}{N} \sum_{n=1}^N \sin(\omega_n t + \varphi_n), \quad (4.5)$$

где  $a_0 = 10$  см – амплитуда колебаний;

$N$  – количество гармоник в ряде;

$n$  – номер гармоники;

$\omega_n = 2\pi/T_n$  – частота колебаний;

$T_n$  – период колебаний;

$\varphi_n$  – начальная фаза колебаний.

Период колебаний каждой гармоники ряда (4.5) определяется выражением  $T_n = T_{\min} + (T_{\max} - T_{\min})\delta_n$ , где  $T_{\min}$ ,  $T_{\max}$  – минимальный и максимальный периоды колебаний. Величина  $\delta_n$  представляла инкремент вида  $\delta_n = (n-1)/(N-1)$ . Количество гармоник  $N$  определяется шагом дискретности по времени между соседними периодами (в расчетах использовался шаг  $t_d = 10$  с), а также значениями минимального и максимального периодов возмущений.  $N = (T_{\max} - T_{\min})/t_d + 1$ . Начальная фаза колебаний  $\varphi_n$  определялась по формуле  $\varphi_n = \pi(\delta_n - 1/2)$ . Как показали предварительные численные эксперименты, начальная фаза не оказывает заметного влияния на результаты расчетов. Расчеты продолжались на протяжении 3 ч модельного времени. На втором этапе граничное условие (4.5) заменялось условием свободного прохождения [Шевченко и др. 2010].

В качестве начальных данных задавались поля  $U$ ,  $V$  и  $\eta$  при  $t = 3$  ч. Длительность второго этапа расчетов составляла 4 ч модельного времени.

**4.3.3 Периоды сейшевых колебаний севастопольских бухт.** Было выполнено моделирование колебаний уровня на основе численной модели ADCIRC, параметры которой, и описание численных экспериментов приведены в подразделе 4.3.2. Схема расположения контрольных точек показана на Рисунке 30.

По результатам спектрального анализа рассчитанных полей были определены периоды сейшевых колебаний во всех основных бухтах Севастополя (Рисунок 30). В Таблице 4.5 представлены в порядке убывания энергии колебаний ( $T_1$  – период с максимальной энергией) рассчитанные периоды мод сейш, энергия которых не меньше 10% от максимальной.

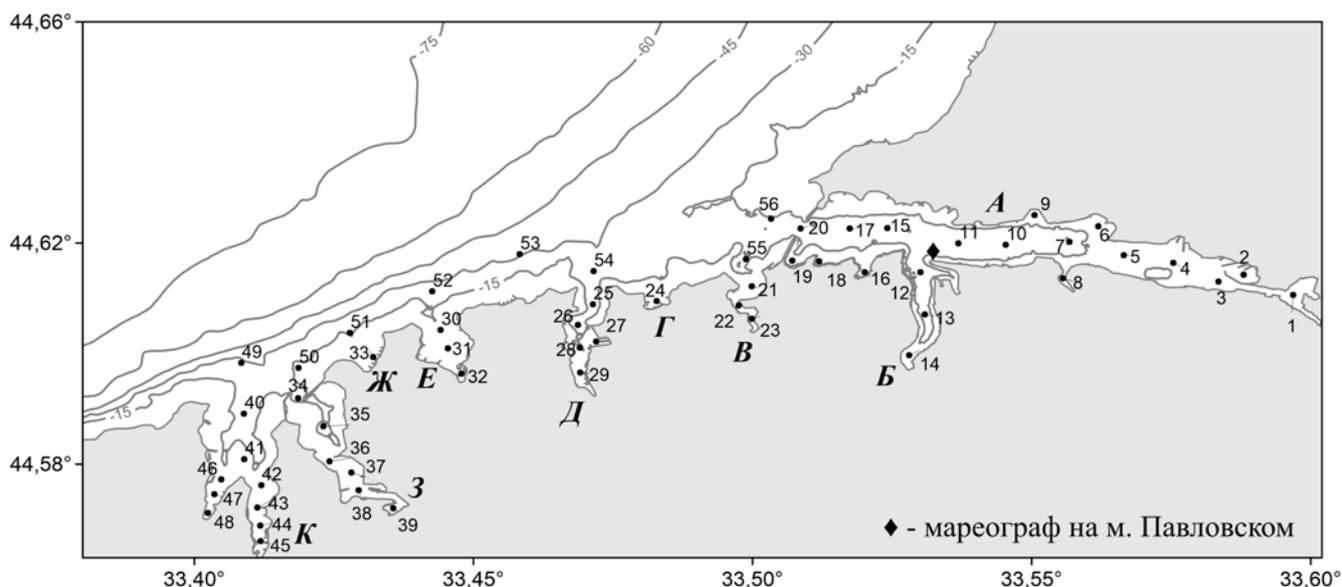


Рисунок 30 – Конфигурация и рельеф дна системы севастопольских бухт: *A* – Севастопольская бухта; *B* – Южная бухта; *B* – Карантинная бухта; *Г* – Песочная бухта; *Д* – Стрелецкая бухта; *E* – Круглая бухта; *Ж* – бухта Абрамова; *З* – Камышовая бухта; *К* – Казачья бухта. Серые линии – изобаты (м). Цифрами отмечены точки, в которых выводились результаты численного моделирования

Анализ результатов расчетов, представленных в Таблице 4.5 показал, что модовый состав сейшевых колебаний, генерируемых в севастопольских бухтах, существенно зависит от периодов возмущений.

В низкочастотном ( $\Delta T_1 = 30\text{--}52$  мин) и среднечастотном ( $\Delta T_2 = 8\text{--}30$  мин) диапазонах периодов возмущений в Севастопольской и Южной бухтах доминирует колебание с периодом 48 мин, соответствующее моде Гельмгольца Севастопольской бухты. При этом данная мода сейш выделяется во всех рассмотренных здесь севастопольских бухтах, и является одной из наиболее энергонесущих. Во всех вытянутых бухтах системы также генерируются их собственные моды Гельмгольца: Карантинная бухта – период 11,4 мин; Стрелецкая – в интервале 13,5–15 мин; Камышовая – около 21 мин; Казачья – около 22 мин. В высокочастотном диапазоне периодов возмущений ( $\Delta T_3 = 8\text{--}15$  мин) спектр генерируемых в бухтах сейш расширяется, и в энергию колебаний начинают вносить заметный вклад вторые и третьи моды собственных колебаний бухт.

Таблица 4.5 – Зависимость периодов сейшевых колебаний в севастопольских бухтах, от интервалов периодов возмущений поверхности моря. (Периоды сейш приведены в порядке убывания энергии колебаний)

№ контр. точки	Интервалы периодов возмущений											
	$\Delta T_1 = 30-52$ мин				$\Delta T_2 = 8-30$ мин				$\Delta T_3 = 1-15$ мин			
	Периоды сейш				Периоды сейш				Периоды сейш			
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$
<b>Севастопольская бухта</b>												
1	48				48	22	16		16	22	48	11,4
2	48				48	16	11,4	22	16	6,2	11,4	48
5	48				48	16			16	48	10	6,8
10	48				48	22	11,4		48	11,4	10	22
11	48				48	22	16	11,4	48	11,4	16	6,2
15	48				48	16	22	11,4	16	48	11,4	10
20	48				48	22	10	6,2	16	10	4,3	11,4
<b>Южная бухта</b>												
12	48				48	16	22	6,2	16	6,2	16	10
13	48				48	16	22	11	11,4	16	48	22
14	48				48	16	11,4	22	11,4	16	6,2	48
<b>Карантинная бухта</b>												
21	48	16			48	16	11,4	6,2	11,4	6,2	16	10
22	48	11,4	16	12,6	11,4	10	16	48	11,4	10	16	6,2
23	48	11,4	16	12,6	11,4	10	16	48	11,4	10	16	13,3
<b>Песочная бухта</b>												
24	48	15			15	48	11,4	22	16	11,4	4,4	6,2
<b>Стрелецкая бухта</b>												
25	48	15			15	48	22	4,4	16	12,6	4,4	7,5
26	48				15	48	11,4	22	16	12,6	11,4	4,4
29	15	48			15	11,4	4,4	48	16	12,6	11,4	4,4
<b>Бухта Круглая</b>												
30	48	13,3	16		13,3	16	48	9	13,3	16	4,7	4,9
31	48	13,3	16		13,3	16	48	–	13,3	16	–	–
32	13,3	48	16		13,3	16	9	10	13,3	10	8,9	11,4
<b>Бухта Абрамова</b>												
33	48	5,5	6,1		5,5	6,2	48	16	5,5	6,2	4,9	4,5
<b>Камышовая бухта</b>												
34	48	21,5			21,5	10	48	13,3	10	22	4,4	13,3
36	48	21,5	15		21,5	10	48	4,4	21,5	10	4,4	16
37	21,5	48			21,5	48	16		21,5	16	3,6	7,1
38	21,5	48	15		21,5	16	10	48	21,5	10	16	13,3
39	21,5	48	15	10,4	21,5	10	16	48	10	21,5	13,3	16
<b>Казачья бухта</b>												
40	48	22	14		22	14,1	48	5,5	5,5	22	13,3	9,2
43	22	48			22	14,1	16	48	22	9,2	7,1	16
44	22	48	14		22	14,1	16	48	22	13,3	16	9,2
46	48	22	14	5,5	22	5,5	14	48	5,5	22	14	11,4
47	48	22	14	5,5	5,5	22	14	9,2	5,5	9,2	14	22

Важной особенностью системы севастопольских бухт является то, что во многих бухтах системы проявляются собственные моды соседних с ними бухт. Например, мода Гельмгольца Карантинной бухты (период 11,4 мин) присутствует в спектре колебаний Севастопольской, Стрелецкой и даже Казачьей бухт (Таблица 4.5). Собственная мода Севастопольской бухты с периодом около 6,5 мин проявляется в Карантинной бухте, а мода Карантинной бухты с периодом около 4 мин – в Севастопольской.

В следующем подразделе на примере двух соседних бухт Севастопольской и Карантинной будут рассмотрены особенности сейшевых колебаний в связанных бухтах.

**4.3.4 Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт.** С помощью численной модели *AD-CIRC*, параметры которой и методика численных экспериментов, описаны в подразделе 4.3.2 выполнено математическое моделирование сейшевых колебаний, генерируемых в Севастопольской и Карантинной бухтах.

Для расчетов использовалась неструктурированная сетка метода конечных элементов, показанная на Рисунке 29. Численное моделирование проводилось для трех интервалов периодов возмущений  $\Delta T_i$ ;  $i=1,2,3$ , определяемых соотношением (4.4). Результаты расчетов выводились в 21 контрольной точке, схема расположения которых показана на Рисунке 31 [Манилюк и др., 2020].



Рисунок 31 – Система севастопольских бухт и схема расположения точек, в которых анализировались колебания уровня моря

### Результаты численного моделирования.

**Севастопольская бухта.** На Рисунках 32–34 представлены мареограммы для точек 2, 7 и 9, расположенных в акватории Севастопольской бухты (Рисунок 31). На Рисунке 35 приведены энергетические спектры колебаний уровня для этих же точек. Как видно из Рисунков 32–35, колебания уровня, генерируемые в бухте на интервале  $\Delta T_1$ , имеют наибольшую энергию и медленнее затухают. В этих колебаниях четко прослеживается период 48 мин, соответствующий моде Гельмгольца Севастопольской бухты. Высокочастотные моды не генерируются.

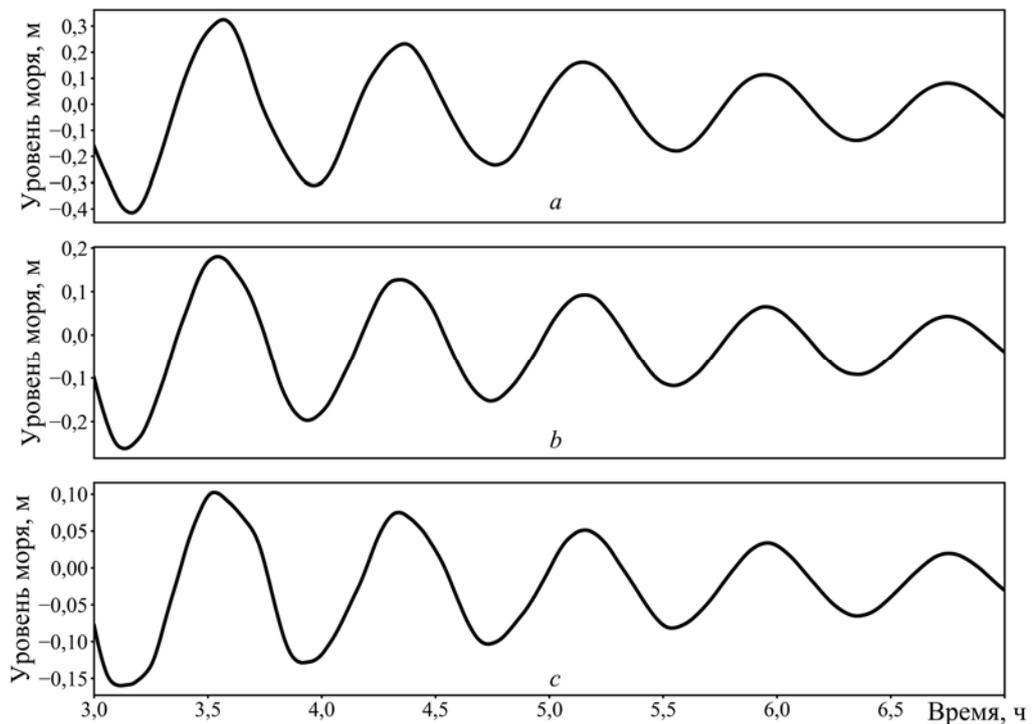


Рисунок 32 – Мареограммы для  $\Delta T_1$ : *a* – в точке 2; *b* – в точке 7; *c* – в точке 9

На интервале  $\Delta T_2$  (Рисунки 33, 35*d-f*) энергия генерируемых в Севастопольской бухте колебаний на порядок меньше, чем на интервале  $\Delta T_1$ . В бухте доминирует мода Гельмгольца (период 48 мин), на которую накладываются быстро затухающие (в течение 1,5 ч (Рисунок 32)) высокочастотные моды. Среди них наиболее интенсивны собственные моды с периодами: 16; 22–24; 6; 10 мин (указаны в порядке убывания энергетического вклада). Кроме указанных

мод, по всей акватории Севастопольской бухты регистрируется колебание с периодом 11,4 мин, соответствующее моде Гельмгольца Карантинной бухты.

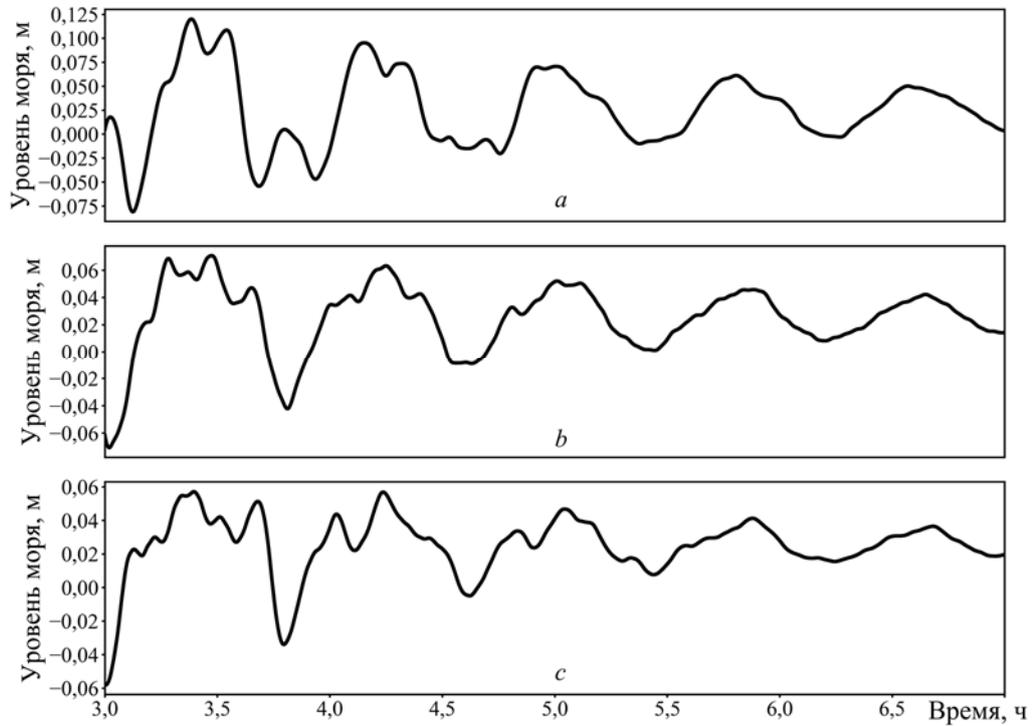


Рисунок 33 – Мареограммы для  $\Delta T_2$ : *a* – в точке 2; *b* – в точке 7; *c* – в точке 9

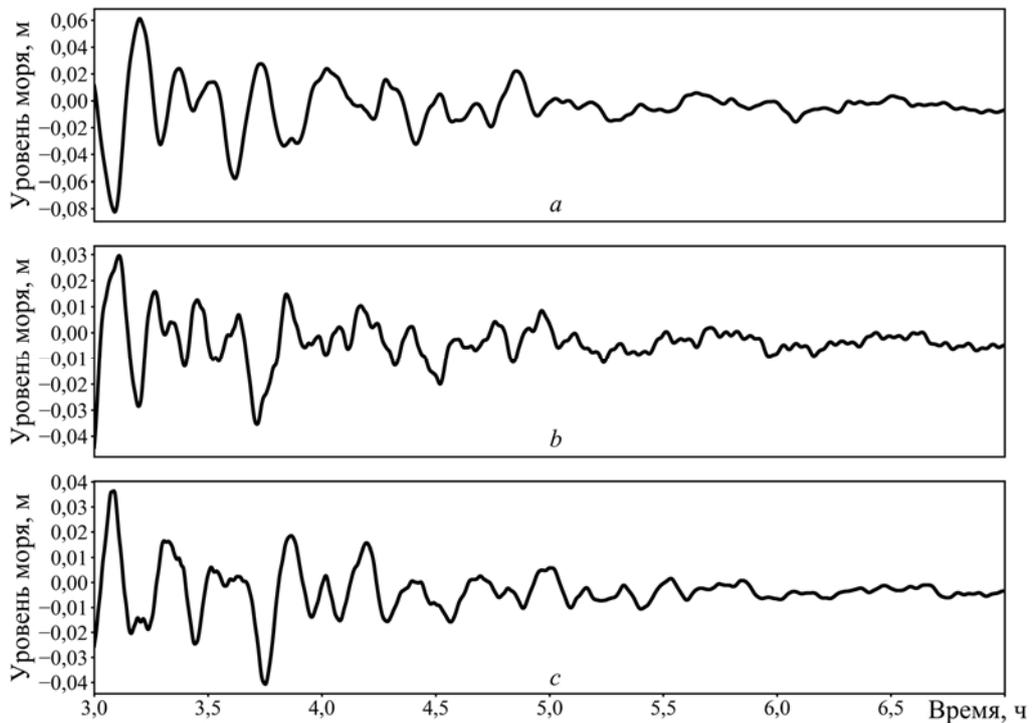


Рисунок 34 – Мареограммы для  $\Delta T_3$ : *a* – в точке 2; *b* – в точке 7; *c* – в точке 9

На интервале  $\Delta T_3$  (Рисунки 34, 35 *g–i*) максимальная энергия генерируемых в Севастопольской бухте колебаний в 5–10 раз меньше, чем на интервале  $\Delta T_2$ . Колебания достаточно быстро затухают и имеют (Рисунок 34) характер биений, когда взаимодействуют несколько сопоставимых по уровню энергии мод. Мода с периодом 16 мин преобладает практически по всей акватории бухты. Также выделяются (Рисунки 35 *g–i*) другие моды с периодами: 48; 22; 10 и 6 мин, являющиеся собственными модами Севастопольской бухты. Наибольшую энергию из них имеют колебания с периодами 48 мин и 6 мин. Кроме собственных мод Севастопольской бухты в ней также хорошо прослеживается мода Гельмгольца Карантинной бухты с периодом 11,4 мин. В вершине Севастопольской бухты (точка 2) энергия этой моды составляет 64% от максимума.

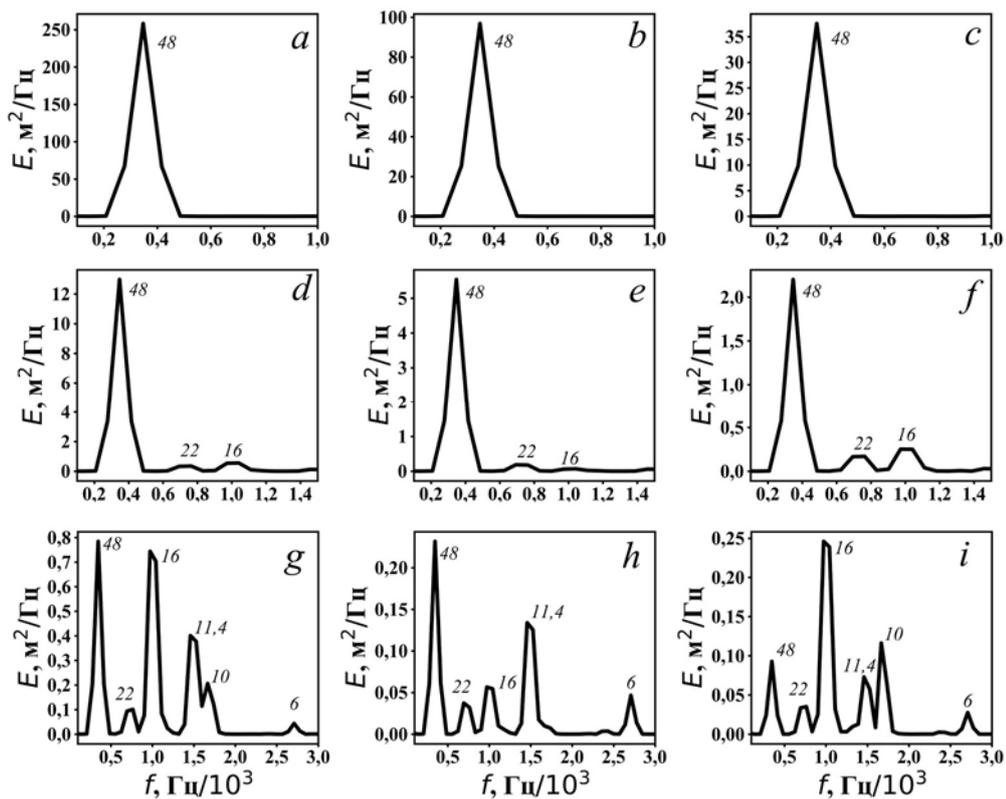


Рисунок 35 – Энергетические спектры колебаний уровня для Севастопольской бухты. Показаны периоды (в минутах) для основных пиков. Для интервала  $\Delta T_1$ : *a* – точка 1; *b* – точка 7; *c* – точка 9. Для интервала  $\Delta T_2$ : *d* – точка 1; *e* – точка 7; *f* – точка 9. Для интервала  $\Delta T_3$ : *g* – точка 1; *h* – точка 7; *i* – точка 9

Для объяснения причины, приводящей к генерации моды Гельмгольца в Севастопольской бухте возмущениями, периоды которых лежат в интервале 1–30 мин, были проведены дополнительные численные эксперименты. В качестве возмущений рассматривались колебания жидкой границы на одном из собственных периодов Севастопольской бухты: 48; 22; 16 мин, а также на двух нерезонансных периодах 30 и 60 мин.

Каждый численный эксперимент состоял из двух этапов. На первом этапе решалась вынужденная задача с нулевыми начальными условиями. Длительность расчета составляла 3 часа модельного времени. На втором этапе, длительностью 4 часа модельного времени, решалась задача о свободных волнах с начальными условиями, полученными в результате расчетов на первом этапе. На жидкой границе ставилось условие свободного прохождения волн. В результате было установлено, что во всех экспериментах с вынужденными волнами (первый этап) получается аналогичная для всех рассмотренных случаев картина: выделяется доминирующее колебание на частоте вынуждающей силы, а также незначительные локальные максимумы на собственных периодах Севастопольской бухты, значения которых меньше периода возмущения.

Анализ результатов расчетов для вторых этапов численных экспериментов показал, что после прекращения действия возмущения в Севастопольской бухте возникали сейшевые колебания с периодами, близкими к периодам мод собственных колебаний Севастопольской бухты. При этом всегда имела место интенсивная мода Гельмгольца Севастопольской бухты. Это можно объяснить тем, что свободные колебания на нерезонансных периодах быстро затухают, а также общим свойством колебательных систем: они стремятся на все типы возмущений ответить колебаниями на собственных периодах системы, особенно, на периоде нулевой моды. Также для вытянутого водоема с открытым зауженным входом характерно, что в нем преобладает мода Гельмгольца. Это, в частности, подтверждают наблюдения за уровнем в Севастопольской бухте.

Сравнительный анализ результатов моделирования показывает, что наибольшие амплитуды колебаний уровня соответствуют интервалу  $\Delta T_1$ , а наи-

меньшие – интервалу  $\Delta T_3$ . При этом максимальные размахи колебаний уровня отличаются более чем в 2 раза. Главной особенностью Севастопольской бухты является то, что для всех рассмотренных периодов возмущений в ней генерируется мода Гельмгольца. Она преобладает над остальными модами в интервалах  $\Delta T_1$  и  $\Delta T_2$ . Это можно объяснить тем, что Севастопольская бухта достаточно узкая и длинная и имеет зауженный вход. Как известно [Рабинович, 1993], в таких бухтах мода Гельмгольца доминирует над всеми остальными модами и определяет общий характер движений во внутренней акватории. Согласно данным натурных наблюдений [Горячкин и др., 2002], в Севастопольской бухте сейши с периодом, соответствующим моде Гельмгольца, наблюдаются практически постоянно.

В качестве примера на Рисунке 36 для интервала  $\Delta T_2$  показаны положения уровня моря на временном отрезке, равном периоду моды Гельмгольца Севастопольской бухты, на разрезе, проходящем через точки 1–10 и 14–21 (Рисунок 31).

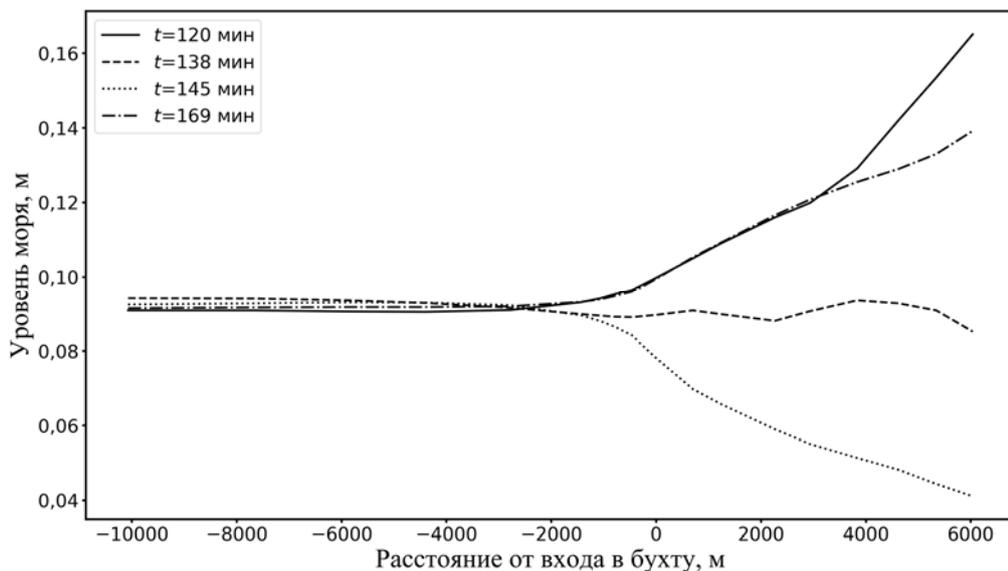


Рисунок 36 – Колебания уровня для интервала  $\Delta T_2$  на разрезе, проходящем вдоль оси Севастопольской бухты, для характерных моментов времени на временном отрезке, равном периоду моды Гельмгольца. Абсцисса со значением

0 м соответствует входу в бухту: точка 10 (Рисунок 31)

Как видно из Рисунка 36, колебания уровня имеют форму моды Гельмгольца: наиболее интенсивны в вершине бухты, не имеют узловых линий внутри бухты, у входа в бухту изменения уровня незначительные, что указывает на наличие здесь узловой линии данной моды.

**Карантинная бухта.** Проанализируем отклик Карантинной бухты на возмущения вида (4.5). На Рисунках 37–39 приведены мареограммы для точек 11, 12, 13 (см. Рисунок 30) для интервалов  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$ ,  $\Delta T_3$ , определяемых соотношениями (4.3). Анализ этих кривых показывает, что на интервале  $\Delta T_1$  колебания носят периодический характер, а на интервалах  $\Delta T_2$ ,  $\Delta T_3$  – характер биений. Наибольшие размахи изменений уровня близки друг к другу на всех рассмотренных интервалах периодов возмущений и составляют в вершине бухты 10–12 см. Сейши долго не затухают: колебания происходят более 6 часов.

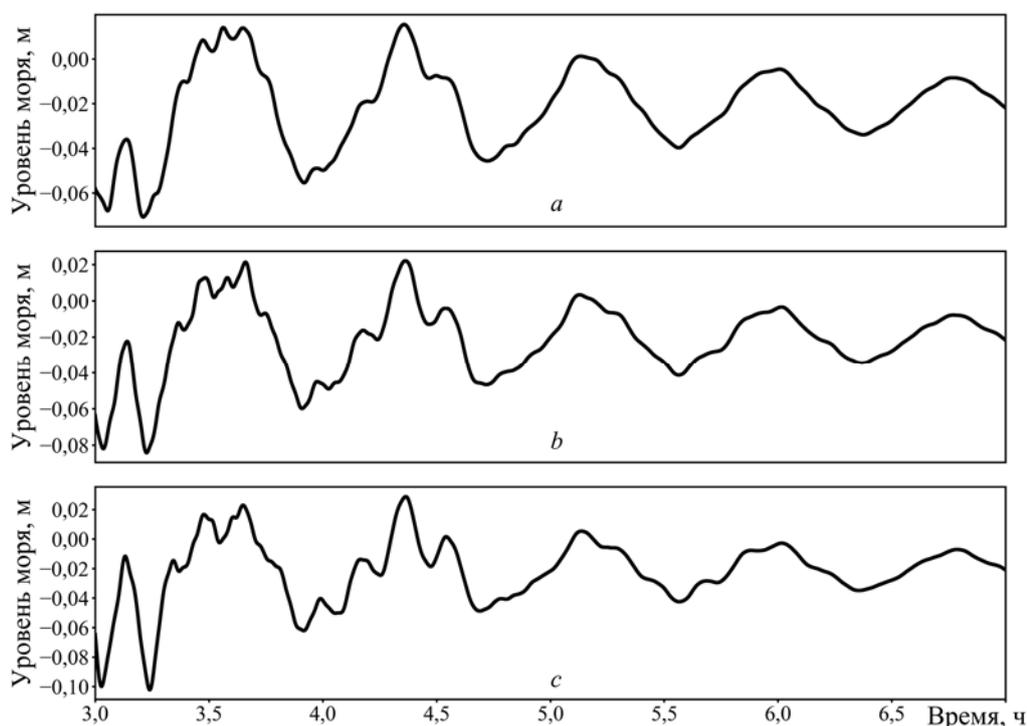


Рисунок 37 – Мареограммы для интервала  $\Delta T_1$ : *a* – точка 11; *b* – точка 12;  
*c* – точка 13

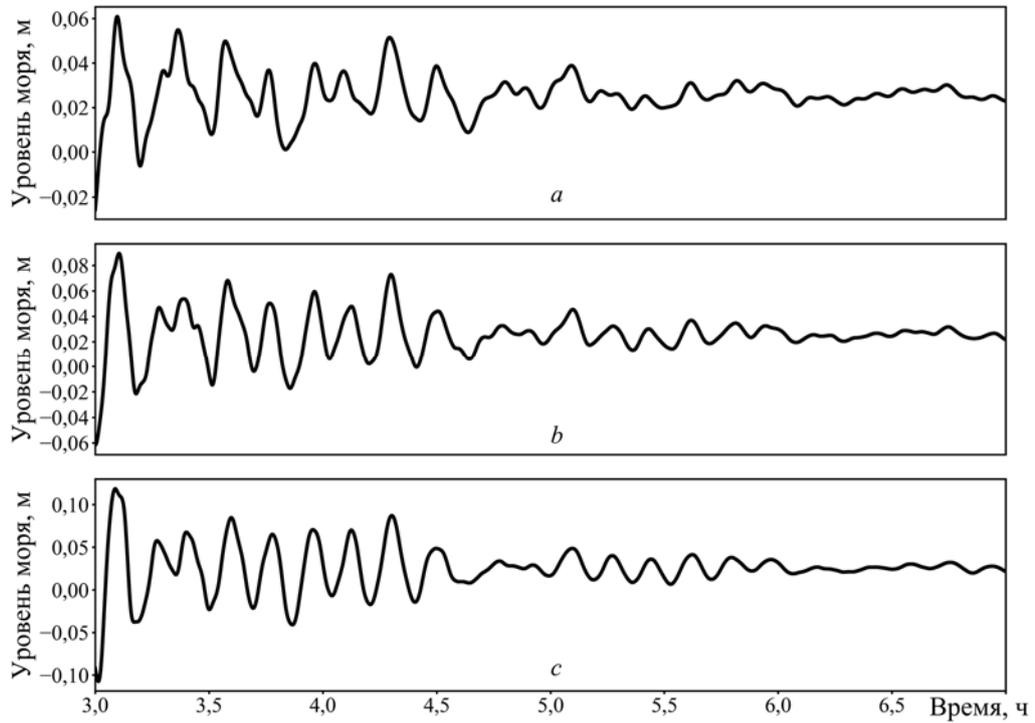


Рисунок 38 – Мареограммы для интервала  $\Delta T_2$ : *a* – точка 11; *b* – точка 12;  
*c* – точка 13

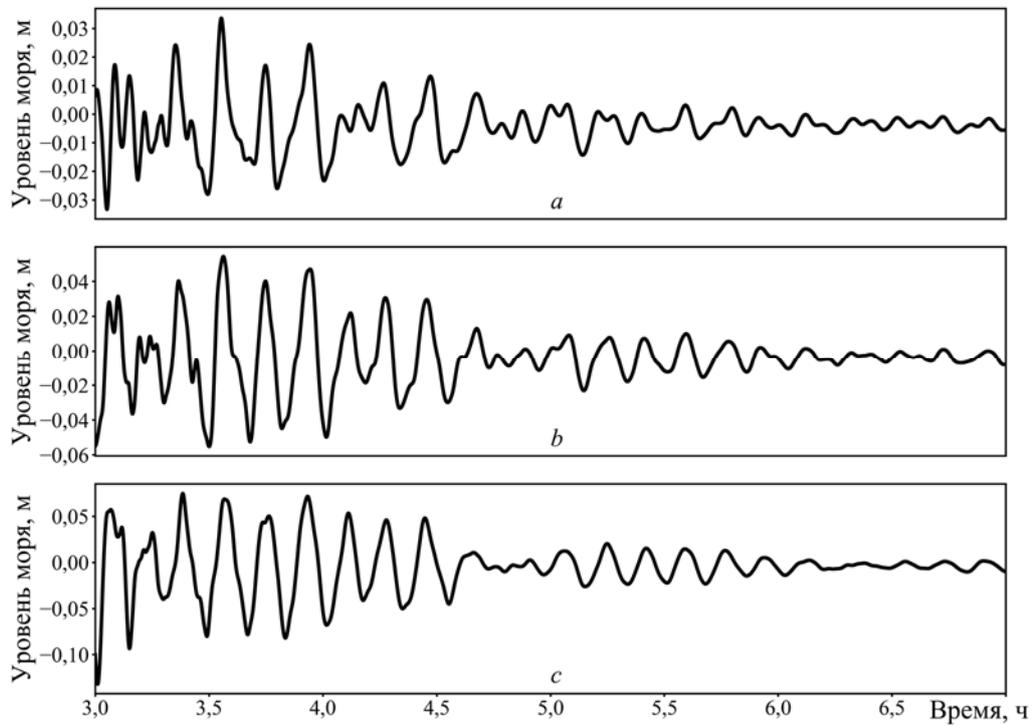


Рисунок 39– Мареограммы для интервала  $\Delta T_3$ : *a* – точка 11; *b* – точка 12;  
*c* – точка 13

На Рисунке 40 показаны энергетические спектры, построенные для точек 11, 12, 13 для интервалов  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$ ,  $\Delta T_3$ . Как видно, на интервале  $\Delta T_1$  – домини-

рует колебание, соответствующее моде Гельмгольца Севастопольской бухты. Также выделяются два локальных максимума на периодах 11,4 мин (мода Гельмгольца Карантинной бухты) и 16 мин (собственная мода Севастопольской бухты). Если период возмущений лежит в интервале  $\Delta T_2$ , то на всей акватории бухты наиболее выражена мода с периодом 11,4 мин. Данная мода преобладает над всеми остальными модами по всей акватории бухты, за исключением области, примыкающей к входу в бухту, где доминирует мода Гельмгольца Севастопольской бухты. Кроме указанных мод в Карантинной бухте также выделяются моды с периодами: 22; 16; 10; 6 мин (Рисунки 40d–40f), соответствующие собственным модам Севастопольской бухты.

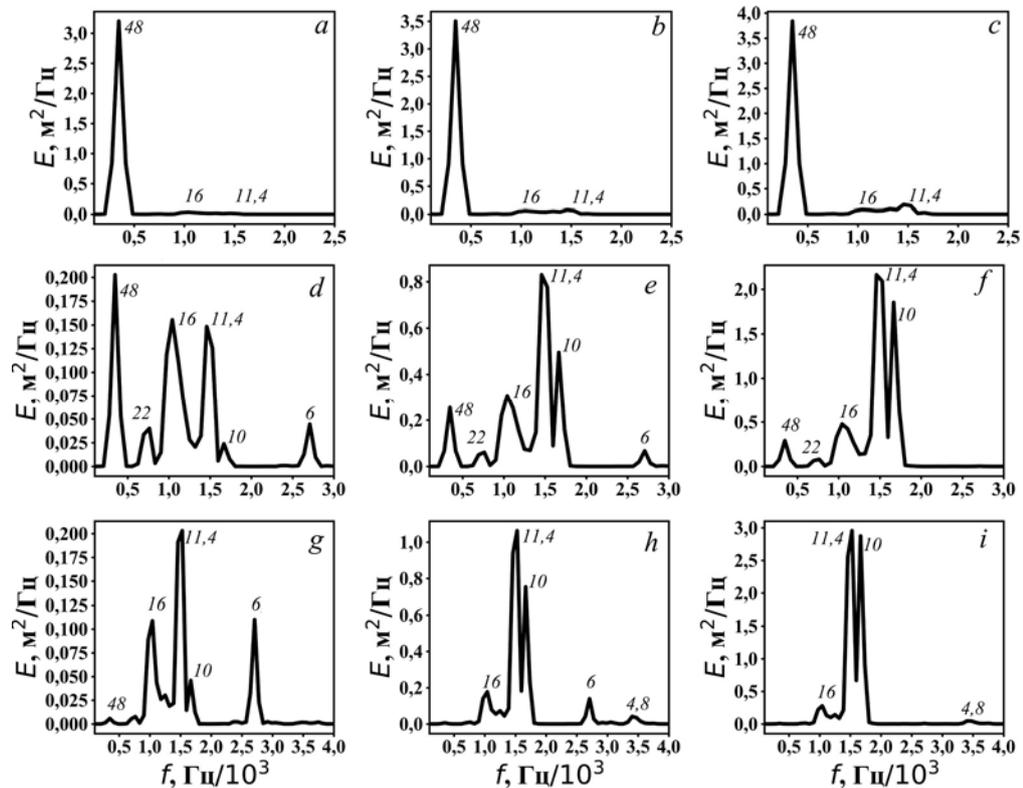


Рисунок 40 – Энергетические спектры колебаний уровня для Карантинной бухты. Показаны периоды (в минутах) для основных пиков. Интервал  $\Delta T_1$ : *a* – точка 11, *b* – точка 12, *c* – точка 13. Интервал  $\Delta T_2$ : *d* – точка 11; *e* – точка 12; *f* – точка 13. Интервал  $\Delta T_3$ : *g* – точка 11; *h* – точка 12; *i* – точка 13

Особенностью интервала  $\Delta T_3$  является то, что на нем в бухте доминирует мода Гельмгольца Карантинной бухты с периодом 11,4 мин. Также в области, примыкающей к вершине бухты, выделяется пик на периоде 4,8 мин, соответствующем первой собственной моде Карантинной бухты. Кроме указанных мод в Карантинной бухте имеют место колебания с периодами: 48; 16; 10; 6 мин, которые являются собственными модами Севастопольской бухты. На интервале  $\Delta T_1$  собственные моды Карантинной бухты практически не генерируются, и в ней доминирует мода Гельмгольца Севастопольской бухты. На интервалах:  $\Delta T_2$ ,  $\Delta T_3$  в Карантинной бухте над всеми модами сейшевых колебаний доминирует мода Гельмгольца этой бухты с периодом 11,4 мин. В Карантинной бухте также выделяется ряд собственных мод Севастопольской бухты с периодами: 16; 6 мин, которые наиболее интенсивны у входа в бухту. А также мода с периодом 10 мин, имеющая наибольшую интенсивность в вершине бухты (Рисунок 39 *i*).

Следует отметить, что эффект проявления в бухтах собственных мод колебаний соседних бухт известен. Например, в бухте Сьютаделья (*Ciudadella*), расположенной на о. Менорка (Балеарские острова), наблюдается достаточно интенсивная мода Гельмгольца соседней бухты Платха Гран (*Platja Gran*) с периодом 5,5 мин [Liu et al., 2003; Rabinovich, 2009]. А в бухте Платха Гран выделяется мода Гельмгольца бухты Сьютаделья (период 10,5 мин) [Liu et al., 2003; Rabinovich, 2009]. Аналогичная картина имеет место в заливе Посьета в Японском море. В этом заливе находятся две смежные бухты Витязь (длина с учетом островов Таранцева и м. Шульца составляет около 3,2 км, средняя глубина 15 м) и Троица (длина 6,15 км, средняя глубина 12 м). Форма этих бухт близка к прямоугольной. Расчет собственных периодов по формуле (4.2) дает следующие значения. Бухта Витязь: 17,7 (мода Гельмгольца); 5,9; 3,5; 2,5 мин. Бухта Троица: 37,8 (мода Гельмгольца); 12,6; 7,6; 5,4 мин. Бухта Витязь исследована более детально [Долгих и др., 2011; Долгих и др., 2016]. В результате обработки данных наблюдений в работах [Долгих и др., 2011; Долгих и др., 2016] выделен мощный пик на периоде 17,28 мин, соответствующий аналитической оценке

величины периода моды Гельмгольца бухты Витязь. В [Долгих и др., 2016] указывается о наличии в бухте Витязь пиков на периодах 17,2–17,5; 7,5–6,25; 3,5; 2,5 мин. Значения периодов 17,5; 3,5; 2,5 мин хорошо согласуются с аналитическими оценками, полученными выше. Период 7,5 мин, скорее всего, принадлежит собственной моде бухты Троица, смежной с бухтой Витязь. В [Долгих и др., 2011] для бухты Витязь приведен участок записи лазерного демографа, содержащий отклик на землетрясение 11 марта 2011 г восточнее Японии. На этом рисунке третий по величине пик на периоде около 38 мин соответствует моде Гельмгольца бухты Троица.

Эффект проявления в бухте собственных мод смежной бухты подтверждают и результаты численного моделирования. Так, например, в [Liu et al., 2003] установлено, что бухте Сьютаделья (*Ciutadella*), проявляется достаточно интенсивно мода Гельмгольца соседней бухты Платха Гран (*Platja Gran*) с периодом 5,5 мин. В статье [Манилюк и др., 2019а] показано, что в модельном бассейне, аппроксимирующем Карантинную бухту, проявляются собственные моды Севастопольской бухты.

В работе [Nakano et al., 1997] на основе лабораторных экспериментов установлено, что в системе двух близко расположенных одинаковых бухт прямоугольной формы возможны следующие виды колебаний: синфазные, противофазные, комбинация синфазных и противофазных (в этом случае в бухтах наблюдаются биения). Если колебания носят синфазный характер, то обмен энергией между бухтами не осуществляется, и она излучается в открытое море через входы в бухты. Когда колебания имеют противофазный характер, то происходит периодический обмен энергией между бухтами. В результате такие колебания долго не затухают. Периоды синфазных колебаний больше соответствующих собственных периодов бухты, а противофазных – меньше. С увеличением расстояния между бухтами периоды синфазных колебаний уменьшались, а периоды противофазных колебаний увеличивались и приближались к собственному периоду бухты. В [Nakano et al., 1997] также показано, как проявляется взаимодействие между бухтами. Для этого изначально сейши генерировались в

одной из бухт (вход во вторую был закрыт). Затем вход в заблокированную бухту открывался, и в ней сразу возникали колебания уровня воды, имеющие вид биений. С течением времени биения переходили в противофазные колебания по отношению к колебаниям в первой бухте. Также в [Nakano et al., 1997] приводятся результаты лабораторного эксперимента по моделированию отклика смежных бухт на волну цунами. В результате воздействия данной волны в обеих бухтах генерировались синфазные колебания, которые вскоре приобретали форму биений и затем переходили в противофазные колебания, которые не изменяли свой вид до полного затухания.

Приведенные выше результаты лабораторных экспериментов хорошо согласуются с теорией линейных связанных осцилляторов. Так в [Рабинович и др., 1983] показано, что связанные осцилляторы могут совершать как синфазные, так и противофазные колебания. При синфазных колебаниях обмен энергией между осцилляторами не происходит. Если колебания противофазные, то связь приводит к тому, что происходит периодический обмен энергией между осцилляторами, причем период перекачки зависит от величины связи [Рабинович и др., 1983].

С учетом результатов [Nakano et al., 1997; Рабинович и др., 1983] был проведен анализ мареограмм в точках, расположенных в вершинах Севастопольской и Карантинной бухт. Получено, что в результате воздействия на бухты возмущений на интервале  $\Delta T_2$  в них генерируются колебания, имеющие противофазный характер (Рисунки 33 а, 38 с). При воздействии на интервале  $\Delta T_3$  в бухтах возникают сначала синфазные колебания, которые затем переходят в противофазные (Рисунки 34 а, 39 с). В случае же воздействия на интервале  $\Delta T_1$  в бухтах генерируются синфазные колебания, которые не изменяют свой характер в течение всего расчетного интервала времени (Рисунки 32 а, 37 с).

На основе выше изложенного, можно предложить следующий механизм генерации сейш в системе смежных бухт. Данную систему можно интерпретировать как систему связанных линейных осцилляторов. Связь между осцилляторами осуществляется через входы в бухты за счет воды их соединяющей.

Связь не приводит к появлению новых собственных частот в системе, а лишь незначительно сдвигает их значения. Каждой смещенной собственной частоте будет соответствовать собственная функция, общая для всех входящих в систему осцилляторов. Таким образом, колебания, возбуждающиеся на собственной частоте одной бухты за счет связи очень быстро передаются в соседнюю. Данный вид колебаний в литературе принято называть «чужими» [Liu et al., 2003] для бухты, для которой они не являются собственными. Как показывают результаты настоящей работы, такие «чужие» колебания могут быть достаточно интенсивными. В частности, мода Гельмгольца Севастопольской бухты с большой интенсивностью проявляется в Карантинной бухте, а мода Гельмгольца Карантинной бухты – в Севастопольской бухте.

#### **Выводы к разделу 4**

На основе численного моделирования исследован резонансный отклик системы двух смежных бухт (бухты  $A$  и  $B$ ) прямоугольной формы, имеющих характерные размеры и глубину Севастопольской и Карантинной бухт соответственно, на начальное возмущение свободной поверхности, шириной 10–16 км.

1. В результате воздействия возмущения в бухте  $A$  генерируются 4 низшие моды собственных колебаний с периодами 45, 15, 9, 6 мин, а в бухте  $B$  – две низшие моды с периодами около 12 и 4 мин.

2. Во всем рассмотренном интервале параметров возмущения в обеих бухтах и прибрежной зоне проявляются колебания с периодами 36 и 20 мин, не являющиеся собственными модами ни одной из бухт. Данные колебания возникают при взаимодействии набегающей волны с вертикальной стенкой.

3. Увеличение ширины области возмущения приводит к расширению модового состава генерируемых в обеих бухтах сейш за счет появления более высокочастотных мод.

4. Волновые возмущения с периодом 11,7 мин представляют потенциальную опасность для бухты  $B$ , так как в этом случае имеет место резонанс с нуле-

вой модой бухты, имеющей такой же период. При этом амплитуда генерируемой сейши превышает в 1,5 раза амплитуды сейш для всех других рассмотренных здесь значений начальной ширины области возмущения.

На основе численного моделирования исследован отклик системы сева-стопольских бухт на возмущения уровня моря на удаленной открытой границе. Численные эксперименты проведены для трех интервалов периодов возмущающих сил: 30–52 мин; 8–30 мин, 1–15 мин.

5. Воздействие указанных возмущений приводит к генерации собственных мод бухт: в частности, в Севастопольской бухте с периодами 48; 22; 16; 10; 6 мин, а в Карантинной бухте – 11,4; 4,8 мин. Количество генерируемых мод определяется интервалом периодов возмущений.

6. Смежные Севастопольская и Карантинная бухты подобны линейным связанным осцилляторам благодаря связи через их входы за счет объема воды, их соединяющей. Это расширяет модовый состав сейш в связанных бухтах. Интенсивность собственных мод Севастопольской бухты (в частности, с периодами 48; 10 мин), проникающих в Карантинную бухту, может превосходить интенсивность собственных мод Карантинной бухты. Сейши с наибольшими амплитудами в обеих бухтах вызываются возмущениями, периоды которых лежат в интервале от 30–52 мин.

Основные результаты исследований, представленные в четвертом разделе, опубликованы в следующих работах: [Манилюк и др., 2016; Манилюк и др., 2017с; Манилюк и др., 2017b; Манилюк и др., 2017а; Иванов и др., 2017; Иванов и др., 2018; Манилюк, 2018а; Манилюк, 2018b; Манилюк и др., 2019а; Манилюк и др., 2019b; Манилюк и др., 2020].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе с помощью различных типов численных математических моделей проведено исследование в Азовском и Черном морях сейш в широких временных и пространственных масштабах, а также сгонно-нагонных колебаний, вызываемых прохождением типичных для данного региона циклонов. Для верификации результатов численного моделирования использованы данные натуральных наблюдений.

Основными результатами работы являются следующие.

1. Разработана авторская версия двумерной численной конечно-элементной гидродинамической математической модели для задачи о собственных колебаниях жидкости в ограниченном бассейне с произвольным профилем береговой черты и батиметрией. Модель может быть использована для расчета параметров сейшевых колебаний во внутренних морях, что основывается на хорошем соответствии результатов расчетов с данными натуральных наблюдений для Черного и Азовского морей.

2. С помощью разработанной численной модели рассчитаны периоды собственных колебаний Черного моря: 10,9; 7,5; 6,3; 5,5; 4,6; 4,4; 3,7; 3,3; 3,1, 2,9 ч и соответствующие им собственные функции, определяющие пространственную структуру собственных колебаний уровня моря. Установлено, что области наибольшей интенсивности сейшевых колебаний в Черном море сосредоточены в его северо-западной части. С наибольшей интенсивностью сейши проявляются в Вилково, Одессе, Южном, Каркинитском заливе. В остальных районах моря интенсивность сейшевых колебаний значительно слабее. По результатам анализа данных натуральных наблюдений и численного моделирования можно считать доказанным существование в Черном море сейшевых колебаний со следующими значениями периодов: 10,7; 7,5; 6,3; 5,5; 4,6; 3,7; 3,3; 3,1 ч.

3. Впервые с учетом реальной батиметрии и профиля береговой черты проведен расчет периодов собственных колебаний Азовского моря: 27,9; 16,3; 12,5; 10,9; 8,7; 8,2; 7,4; 6,5; 6,1; 5,9; 5,5 ч и соответствующих им собственных функ-

ций. Установлено, что в Азовском море наибольшему воздействию сейш подвергаются пункты, расположенные в Таганрогском заливе: Таганрог, Мариуполь, Ейск. На основе анализа результатов математического моделирования и данных натурных наблюдений можно считать доказанным существование в Азовском море сейшевых колебаний со следующими периодами: 24,5–27; 15–16; 12,5; 10,9; 8,7; 6–7 ч.

4. Впервые проведено комплексное исследование сгонно-нагонных колебаний уровня в Черном море, вызываемых прохождением всех типов циклонов средней интенсивности (перепад давления между центром и периферией 10 гПа), характерных для данного региона. Особое внимание уделено анализу колебаний уровня в пунктах, расположенных на северо-западном и крымском побережьях моря. В результате анализа результатов численных экспериментов установлено следующее.

- Наибольшей амплитуды сгонно-нагонные колебания уровня моря достигают в Хорлах (91 см – нагон, 95 см – сгон), Очакове (69 см – нагон, 86 – сгон), Одессе (82 см – нагон, 66 см – сгон). Наименее подвержены влиянию штормовых нагонов пункты, расположенные на крымском побережье: Ялта (максимальный нагон составляет 11 см, максимальный сгон – 5 см) и Севастополь (14 и 6 см соответственно).

- В подавляющем большинстве рассмотренных пунктов нагон превышает сгон. При перемещении циклонов с юга на север у северо-западного побережья моря наблюдаются максимальные сгоны, а у крымского побережья – максимальные нагоны. Выделены основные типы сгонно-нагонных колебаний в зависимости от направления смещения циклона и расположения пункта на побережье.

- Прохождение циклонов даже средней интенсивности (перепад давления между центром и периферией 10 гПа) может вызывать у пунктов северо-западного побережья значительные, более 50 см сгоны и нагоны.

5. Для пунктов, расположенных по всей протяженности побережья Азовского моря, определены направления и скорости перемещения над морем атмо-

сферных циклонов, приводящие к наиболее интенсивным сейшевым и стонно-нагонным колебаниям уровня.

- Причиной наибольших стонно-нагонных колебаний для северо-западного побережья (Геническ) являются все рассмотренные в настоящей работе типы циклонов (южные, северные, северо-западные), перемещающиеся со скоростями 5–10 м/с. Для северного побережья (Бердянск) – южные и северо-западные циклоны со скоростями 10–15 м/с; для северо-восточного побережья (Мариуполь) – северные со скоростями 5–15 м/с и северо-западные со скоростями 5–10 м/с; для восточного побережья (Приморско-Ахтарск) – южные и северные циклоны со скоростями 10–15 м/с; для южного побережья (Темрюк) – южные со скоростями 10–15 м/с; для юго-западного побережья (Мысовое) – северные и северо-западные циклоны со скоростями 5–15 м/с. Для Таганрогского залива (Таганрог) наибольшую опасность представляют медленные (смещаются со скоростью 5 м/с) северные и северо-западные циклоны.

- Установлено, что сейша с околосуточным периодом возникает после перемещения над морем медленных (скорость 5 м/с) южных и северо-западных циклонов. Сейшевые колебания с периодами 14–16 ч наиболее интенсивны, когда над морем прошел южный циклон со скоростью 10–15 м/с, северный циклон – со скоростью 5–15 м/с или северо-западный циклон – со скоростью 10 м/с. Мода с периодом 7,2 ч генерируется в результате воздействия быстрых (скорость 15 м/с) северо-западных циклонов.

6. Впервые проведено математическое моделирование сейшевых колебаний уровня моря в системе севастопольских бухт, вызываемых различными типами возмущений. Выделены резонансные периоды бухт системы. Установлено, что начальные возмущения уровня моря, порождаемые подвижками дна с характерными для Черного моря размерами, могут быть причиной катастрофических сейш в Карантинной бухте, когда их период близок к периоду моды Гельмгольца данной бухты. На примере Севастопольской и Карантинной бухт проведено исследование генерации сейшевых колебаний и взаимодействия связанных бухт. Установлено, что возмущениями, приходящими из открытого мо-

ря, в бухтах генерируются следующие собственные наиболее энергонесущие моды: в Севастопольской бухте с периодами 48; 22; 16; 10; 6 мин, а в Карантинной бухте – 11,4; 4,8 мин. Количество генерируемых мод сейш определяется интервалом периодов возмущений. Связь через входы в бухты за счет объема воды, их соединяющей, приводит к расширению модового состава сейш в смежных бухтах. При этом интенсивность собственных мод Севастопольской бухты (в частности, с периодами 48; 10 мин), проникающих в Карантинную бухту, может превосходить интенсивность собственных мод Карантинной бухты. Сейши с наибольшими амплитудами в обеих бухтах вызываются возмущениями, периоды которых лежат в интервале от 30–52 мин.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев, Д.В. Сейшевые течения в бассейне с открытым входом / Д.В. Алексеев, Ю.В. Манилюк, В.Ф. Санников // Прикладные задачи математики: Материалы XXV международной научно-технической конференции (12–16 сентября 2017 г.). – Севастополь, 2017. – С. 109–115.
2. Архипкин, В.С. Моделирование баротропных сейш в южных морях / В.С. Архипкин, В.А. Иванов, Е.Г. Николаенко // Моделирование гидрофизических процессов в замкнутых водоемах и морях – М.: Наука, 1989. – С. 104–117.
3. Баклановская, В.Ф. Результаты численного моделирования поверхностных и внутренних сейшевых колебаний в Черном море / В.Ф. Баклановская, А.С. Блатов, А.Т. Кондрин [и др.] // Метеорология и гидрология. – 1986. – № 6. – С. 74–81.
4. Балинец, Н.А. Явление тягуна в бухтах Севастополя / Н.А. Балинец, Т.В. Хмара // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа. – 2006. – № 14. – С. 204–208.
5. Белов, В.П. Влияние неоднородности поля ветра на величину сгонно-нагонных колебаний уровня мелкого моря на примере Азовского моря / В.П. Белов, Ю.Г. Филиппов // Труды ГОИН. – М: Гидрометеиздат. – 1979. – Вып. 143. – С. 38–42.
6. Блатов, А.С. О сейшах Каспийского моря / А.С. Блатов, Д.П. Ведев, А.Н. Косарев // Метеорология и гидрология. – 1990. – № 8. – С. 109–115.
7. Блатов, А.С. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря / А.С. Блатов, Н.П. Булгаков, В.А. Иванов. [и др.] Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 240 с.
8. Букатов, А.Е. Численное моделирование динамики Азовского моря при прохождении циклонического атмосферного образования / А.Е. Букатов, Д.Д. Завьялов, В.Н. Белокопытов [и др.] // Метеорология и гидрология. – 2009. – № 10. – С. 45–53.

9. Букреев, В.И. Сейшевые колебания в прямоугольном канале с резким расширением поперечного сечения / В.И. Букреев, И.В. Стурова, А.В. Чеботников // Прикладная механика и теоретическая физика. – 2013. – Т. 54. – № 4. – С. 22–32.
10. Веландер, П. Численное предсказание штормовых нагонов. В кн. Численные методы расчета штормовых нагонов. – Л.: Гидрометеиздат, 1964. – 224 с.
11. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
12. Волкова, Г.П. Некоторые особенности колебаний уровня в Азовском, Чёрном и Балтийском морях / Г.П. Волкова, А.Н. Овсянников // Труды ГОИН. – М.: Гидрометеиздат. – 1978. – Вып. 137. – С. 43–46.
13. Вольцингер, Н.Е. Основные океанологические задачи теории мелкой воды / Н.Е. Вольцингер, Р.В. Пясковский. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 300 с.
14. Ганькович, В.В. Несколько замечаний к статье Н.М. Чижевского // Бюллетень погоды и состояния моря гидрометслужбы Черного и Азовского морей. – 1926. – № 35, февраль.
15. Герман, В.Х. Спектральный анализ колебаний уровня Азовского, Черного и Каспийского морей в диапазоне частот от одного цикла за несколько часов до одного цикла за несколько суток // Труды ГОИН. – М.: Гидрометеиздат. – 1970. – Вып. 103. – С. 52–73.
16. Герман, В.Х. Рекомендации по расчету режимно-статистических характеристик непериодических колебаний уровня в шельфовой зоне Черного моря / В.Х.Герман, Б.Х. Рыбак, Ю.Г. Филиппов. – М.: Гидрометеиздат, 1979. – 27 с.
17. Годунов, С.К. Разностные схемы / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
18. Горячкин, Ю.Н. Сейши в Севастопольской бухте / Ю.Н. Горячкин, В.А. Иванов, Л.Н. Репетин [и др.] // Труды УкрНИГМИ. – 2002. – Вып. 250. – С. 342–353.

19. Горячкин, Ю.Н. Уровень Черного моря: прошлое, настоящее и будущее / Ю.Н. Горячкин, В.А. Иванов. – Севастополь.: ЭКОСИ–Гидрофизика, 2006. – 210 с.
20. Григоркина, Р.Г. Воздействие тайфунов на океан / Р.Г. Григоркина, В.Р. Фукс. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 244 с.
21. Гришин, Г.А. Об эволюции южных циклонов, выходящих на Черное море и территорию Украины, по данным спутниковых и наземных наблюдений / Г.А. Гришин, Т.М. Баянкина, Е.И. Калинин [и др.] // Исследование Земли из космоса. – 1991. – № 3. – С. 89–95.
22. Демьшев, С.Г. Анализ влияния постоянного ветра на скорость течений и сейшевые колебания уровня Азовского моря / С.Г. Демьшев, Т.Я. Шульга, Л.В. Черкесов // Метеорология и гидрология. – 2017. – № 6. – С. 46–54.
23. Добровольский, А.Д. Моря СССР / А.Д. Добровольский, Б.С. Залогин. – М.: Издательство Московского университета, 1982. – 192 с.
24. Долгих, Г.И. Инфразвуковые колебания Японского моря / Г.И. Долгих Г.И., С.Г. Долгих, С.В. Смирнов [и др.] // Океанология. – 2011. – Т. 441. – № 1. – С. 98–102.
25. Долгих, Г.И. Собственные колебания уровня воды в бухтах залива Посьета Японского моря / Г.И. Долгих, С.С. Будрин, С.Г. Долгих [и др.] // Метеорология и гидрология. – 2016. – № 8. – С. 57–63.
26. Доценко, С.Ф. Катастрофические природные явления Азово-Черноморского региона / С.Ф. Доценко, В.А. Иванов. – Севастополь.: НПЦ «ЭКОСИ–Гидрофизика», 2013. – 193 с.
27. Доценко, С.Ф. Генерация сейш при перемещении барических образований / С.Ф. Доценко, Н.А. Миклашевская // Морской гидрофизический журнал. – 2007. – № 6. – С. 3–13.
28. Дьяков, Н.Н. Синоптические условия возникновения аномальных колебаний уровня Азовского моря / Н.Н. Дьяков, В.В. Фомин // Наук. праці УкрНДГМІ. – 2000. – Вип. 250. – С. 332–341.

29. Железняк, М.И. Численное моделирование резонансных свойств гаваней с помощью нелинейной гидростатической модели SWASH / М.И. Железняк, Р.И. Демченко, П.В. Дикий [и др.] // Математичні машини і системи. – 2014. – № 3. – С. 78–87.

30. Здания и сооружения в цунамиопасных районах. Правила проектирования. СП 292.1325800.2017 / Министерство строительства и жилищного хозяйства Российской Федерации, 2017. УТВЕРЖДЕН приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 23 июня 2017 г. N 915/пр Дата введения 2017-12-24. – М.: Стандартинформ, 2017.

31. Зырянов, В.Н. Гидродинамические эффекты при вхождении приливных волн в эстуарии / В.Н. Зырянов, М.К. Чебанова // Водные ресурсы. – 2016. – Т. 43. – № 4. – С. 379–386.

32. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 316 с.

33. Еремеев, В.Н. Моделирование длинных баротропных волн в Черном море, вызываемых движущимися барическими возмущениями / В.Н. Еремеев, А.В. Коновалов, Л.В. Черкесов // Океанология. – 1996. – Т. 36. – № 2. – С. 218–225.

34. Еремеев, В.Н. Моделирование длинных волн в Азовском море, вызванных прохождением циклонов / В.Н. Еремеев, А.В. Коновалов, Ю.В. Манилюк [и др.] // Океанология. – 2000. – Т. 40. – № 5. – С. 658–665.

35. Иванов, В.А. Океанография Черного моря. Севастополь / В.А. Иванов, В.Н. Белокопытов. – МГИ НАН Украины, 2011. – 212 с.

36. Иванов, В.А. Исследование сгонно-нагонных колебаний в Черном море / В.А. Иванов, А.В. Коновалов, Ю.В. Манилюк [и др.] // Доповіді Національної Академії Наук України. – 1999а. – № 5. – С. 137–141.

37. Иванов, В.А. Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Черном море / В.А. Иванов, А.В. Коновалов, Ю.В. Манилюк [и др.] // Метеорология и гидрология. – 1999б. – № 11. – С. 56–63.

38. Иванов, В.А. Особенности сейшевых течений в частично замкнутом бассейне / В.А. Иванов, Ю.В. Манилюк, В.Ф. Санников // Материалы научных мероприятий, посвященных 15-летию ЮНЦ РАН. Международный научный форум «Достижения академической науки на Юге России (13–16 декабря 2017 г.)». – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮНЦ РАН. – 2017. – С. 56–59.
39. Иванов, В.А. Сейши в бассейне с открытым входом // Прикладная механика и техническая физика / Иванов В.А., Манилюк Ю.В., Санников В.Ф. – 2018. – Т. 59. – № 4. – С. 23–30.
40. Иванов, В.А. О сейшах Азовского моря / В.А. Иванов, Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Метеорология и гидрология. – 1994. – № 6. – С. 105–110.
41. Иванов, В.А. О сейшах Черного моря / В.А. Иванов, Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Метеорология и гидрология. – 1996. – № 11. – С. 57–61.
42. Иванов, В.А. Гидрологический режим Севастопольской бухты и его изменения под воздействием климатических и антропогенных факторов. / В.А. Иванов, Е.И. Овсянный, Л.Н. Репетин. – Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ–Гидрофизика», 2006 – 90 с.
43. Иванов, В.А. Моделирование колебаний уровня Азовского моря, вызываемых ветром / В.А. Иванов, В.В. Фомин, Л.В. Черкесов [и др.] // Морской гидрофизический журнал. – 2008. – № 6. – С. 53–63.
44. Иванов, В.А. Динамические процессы и их влияние на распространение и трансформацию загрязняющих веществ в ограниченных морских бассейнах / В.А. Иванов, Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга. – Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ–Гидрофизика», 2010. – 178 с.
45. Иванов, В.А. Исследование свободных колебаний уровня Азовского моря после прекращения длительного действия ветра / В.А. Иванов, Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга // Морской гидрофизический журнал. – 2015. – №2. – С. 15–25.
46. Иванов, В.А. Влияние атмосферных фронтов на свободные и вынужденные колебания уровня моря / В.А. Иванов, Т.Я. Шульга // Доклады Академии наук. – 2019. – Т. 486. – № 6. – С. 735–741.

47. Иванов, В.А. Длинноволновые движения в Черном море / В.А. Иванов, А.Е. Янковский. – Киев: Наукова думка, 1992. – 112 с.
48. Иванов, В.А. О колебаниях уровня Черного моря / В.А. Иванов, В.П. Ястреб // Водные ресурсы. – 1989. – № 2. – С. 97–104.
49. Иванов, М.И. Волновые движения жидкости в сложных областях с учетом вращения: Дисс... кандидата физико-математических наук // Москва. – 2008. – 111 с.
50. Инжебейкин, Ю.И. Особенности формирования кратковременных наводнений и экстремальных течений в Азовском море // Труды государственного океанографического института. – 2011. – № 213. – С. 91–102.
51. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. – 234 с.
52. Клімат України / за ред. В.М. Ліпінського та ін. Київ: Видавництво Раєвського, 2003. – 344 с.
53. Ковалев, Д.П. Натурные эксперименты и мониторинг инфрагравитационных волн для диагностики опасных морских явлений в прибрежной зоне на примере акваторий Сахалино-Курильского региона: Дисс... доктора физико-математических наук // Южно-Сахалинск. – 2015.
54. Ковалев, Д.П. Исследование опасных морских явлений в прибрежной зоне по результатам натурных наблюдений / Д.П. Ковалев, П.Д. Ковалев, К.В. Кириллов // Геосистемы переходных зон. – 2017. – № 2 (2). – С. 18–34.
55. Коннор, Дж. Метод конечных элементов в механике жидкости / Дж. Коннор, К. Бреббиа. – Л.: Судостроение, 1979. – 269 с.
56. Коновалов, А.В. Моделирование сгонно-нагонных колебаний в Азовском море, вызванных прохождением циклонов / А.В. Коновалов, Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Труды 7-й научной конференции ученых России, Белоруссии, Украины «Прикладные проблемы механики жидкости и газа». – Севастополь. – 1998. – С. 26–28.

57. Коновалов, А.В. Моделирование стонно-нагонных колебаний в Азовском море / А.В. Коновалов, Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Доповіді Національної Академії Наук України. – 1999. – № 12. – С. 118–124.
58. Коновалов, А.В. Генерация длинных нелинейных волн в замкнутом бассейне движущимися возмущениями атмосферного давления / А.В. Коновалов, Л.В. Черкесов // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. – 1995. – Т. 31. – № 5. – С. 713–718.
59. Корн, Г. Справочник по математике / Г Корн., Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 831 с.
60. Краус, Е. Взаимодействие атмосферы и океана / Пер. с англ. – Л.: Гидрометеиздат, 1956. – 295 с.
61. Кричак, О.Г. Синоптическая метеорология. – Л.: Гидрометеиздат, 1956. – 531 с.
62. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа, т. 2. – М.: Высшая школа, 1988. – 577 с.
63. Курчатов, И.В. Сейши в Черном и Азовском морях // Известия центр. Гидрометбюро. – 1925. – С. 149–158.
64. Лабзовский, Н.А. Непериодические колебания уровня моря. – Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1971. – 238 с.
65. Лаппо, С.Г. Среднемасштабные длинноволновые процессы океана, возбуждаемые атмосферой. – М.: Наука, 1979. – 81 с.
66. Леонов, А.К. Региональная океанография. Часть 1. – Л.: Гидрометеиздат, 1960. – 765 с.
67. Любицкий, Ю.В. Численное гидродинамическое моделирование штормовых нагонов в Сахалинском заливе и Амурском лимане. // Природные катастрофы и стихийные бедствия в Дальневосточном регионе. – Владивосток.: ДВО АН СССР. – 1990. – С. 227–240.
68. Лобковский, Л.И. Численное моделирование распространения черноморских и азовоморских цунами через Керченский пролив / Л.И. Лобковский,

Р.Х. Мазова, Е.А. Баранова [и др.] // Морской гидрофизический журнал. – 2018. – Т. 34. – № 2. – С. 111–122.

69. Малиновский, Н.В. Колебания уровня в Потийском порту // Записки по океанографии. – 1923. – Т. 47. – С. 163–196.

70. Манилюк, Ю.В. Об одном механизме возникновения тягуна в Севастопольской бухте // Прорывные Исследования: проблемы, закономерности, перспективы. Сборник статей X Международной научно-практической конференции (23 марта 2018 г, г. Пенза). – Пенза: МЦНС «Наука и просвещение». – 2018. – С. 20–22.

71. Манилюк, Ю.В. Сейши и тягун в Севастопольской бухте // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. – 2018. – Вып. 3. – С. 4 – 12.

72. Манилюк, Ю.В. Резонансные колебания в системе смежных бухт / Ю.В. Манилюк, Д.И. Лазоренко, В.В. Фомин // Морской гидрофизический журнал. – 2019. – Т. 35. – № 5. С. 423–436.

73. Манилюк, Ю.В. Исследование сейшевых колебаний в смежных бухтах на примере Севастопольской и Карантинной бухт / Ю.В. Манилюк, Д.И. Лазоренко, В.В. Фомин // Морской гидрофизический журнал. – 2020. – Т.36. – № 3. – С. 261– 276.

74. Манилюк, Ю.В. Сейши в Севастопольской бухте / Ю.В. Манилюк, В.Ф. Санников // Тезисы докладов научной конференции Моря России: наука, безопасность, ресурсы (3–7 октября 2017 г.). – Севастополь. –2017. – С. 171–172.

75. Манилюк, Ю.В. Исследование сейшевых колебаний в бухте переменной глубины / Ю.В. Манилюк, В.Ф. Санников // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. – 2019. – Вып. 2. – С. 4–12.

76. Манилюк, Ю.В. Сейшевые колебания в частично замкнутом бассейне / Ю.В. Манилюк, В.В. Фомин // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2017. – № 3. – С. 73–83.

77. Манилюк, Ю.В. Математическое моделирование сейшевых колебаний в Азовском море на основе метода конечных элементов / Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Морской гидрофизический журнал. – 1994. – № 5. – С. 3–8.

78. Манилюк, Ю.В. Исследование влияния геометрических характеристик залива на сейшевые колебания в замкнутом бассейне / Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Морской гидрофизический журнал. – 1996. – № 4. – С. 3–11.

79. Манилюк, Ю.В. Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном бассейне, представляющем приближенную модель Азовского моря / Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Морской гидрофизический журнал. – 2016. – № 2. – С. 16–26.

80. Манилюк, Ю.В. Исследование сейшевых колебаний в бухте со свободным входом / Ю.В. Манилюк, Л.В. Черкесов // Морской гидрофизический журнал. – 2017. – № 4. – С. 16–25. DOI: 10.22449/0233-7584-2017-4-16-25.

81. Марамзин, В.Я. Расчет сейш в реальных водоемах // Волновые процессы в северо-западной части Тихого океана. – Владивосток: ДВНЦ АН СССР. – 1980. – С. 112–116.

82. Марамзин, В.Я. Расчет сейшевых колебаний методом конечных элементов в бассейне произвольной формы // Теоретические и экспериментальные исследования длинноволновых процессов. – Владивосток: ДВНЦ АН СССР. – 1985. – С. 104–114.

83. Марчук, Г.И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г.И. Марчук, В.И. Агошков. – М.: Наука, 1981. – 416 с.

84. Марчук, Г.И. Океанские приливы / Г.И. Марчук, Б.А. Каган. – Л.: Гидрометеиздат, 1977. – 296 с.

85. Матишов, Г.Г. Влияние сейш на формирование экстремальных уровней и течений в Азовском море / Г.Г. Матишов, Д.Г. Матишов, Ю.И. Инжебейкин // Вестник Южного научного центра. – 2008. – Т. 4 – № 2. – С. 46–61.

86. Матишов, Г.Г. Численное исследование сейшевых колебаний уровня Азовского моря / Г.Г. Матишов, Ю.И. Инжебейкин // Океанология. – 2009. – Т. 49. – №4. – С. 485–493.

87. Медведев, И.П. Спектр мезомасштабных колебаний уровня северной части Черного моря: приливы, сейши, инерционные колебания / И.П. Медведев, Е.А. Куликов // *Океанология*. – 2016. – Т. 56. – № 1. – С. 10–17.

88. Мънгов, Г. Результаты численного моделирования штормовых нагонов вдоль Болгарского побережья // *Труды Государственного Океанографического Института*. – 1988. – № 189. – М.: Гидрометеиздат. – С. 124–137.

89. Норри, Д. Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Ж. де Фриз. – М.: Мир, 1981. – 304 с.

90. Морозов, А.Н. Течения в Севастопольской бухте по данным ADCP-наблюдений (июнь 2008) / А.Н. Морозов., Е.М. Лемешко, С.А. Шутов [и др.] // *Морской гидрофизический журнал*. – 2012. – № 3. – С. 31–43.

91. Морозов, А.Н. Течения в Севастопольской бухте по данным ADCP наблюдений, ноябрь 2014 г. / А.Н. Морозов., Е.М. Лемешко, С.А. Шутов [и др.] // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа*. – 2014. – Вып. 28. – С. 25–30.

92. *Океанографическая энциклопедия*. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 304 с.

93. Полозок, А.А. Характеристики экстремальных значений уровня моря в Таганрогском заливе за период 1995–2014 гг. / А.А. Полозок, Е.Е. Лемешко., И.Н. Фомина // *Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное исследование ресурсов шельфа*. – 2019. – Вып. 1. – С. 62–70.

94. Полонский, А.Б. Статистические характеристики циклонов и антициклонов над Черным морем во второй половине XX века / А.Б. Полонский, М.Ю. Бардин, Е.Н. Воскресенская // *Морской гидрофизический журнал*. – 2007. – № 7. – С. 47–58.

95. Попов, С.К. Моделирование изменений уровня Азовского моря в 2015–2016 годах / С.К. Попов, А.Л. Львов // *Труды гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации*. – 2017. – № 364. – С. 131–143.

96. Праудмен, Дж. Динамическая океанография. – М.: Иностранная литература, 1957. – 418 с.

97. Проект «Моря СССР». Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. V, Азовское море. – С. - Петербург: Гидрометеоздат, 1991. – 200 с.

98. Проект «Моря СССР». Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. IV Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические исследования. – С.-Петербург: Гидрометеоздат, 1991. – 429 с.

99. Рабинович, А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. – СПб.: Гидрометеоздат, 1993. – 325 с.

100. Рабинович, Б.И. Численное решение задачи расчета сейш на основе КТ-алгоритма конформного отображения / Б.И. Рабинович, А.С. Левянт // Природные катастрофы и стихийные бедствия в Дальневосточном регионе. Т.2. – Владивосток, – 1990. – С. 328 – 342.

101. Рабинович, М.И. Введение в теорию колебаний и волн / М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков. – М.: Наука, 1984. – 432с.

102. Рыбак, Б.Х. Применение трехмерной модели к расчетам штормовых нагонов на Черном море // Труды Гидрометеорологического научного центра СССР. – 1975. – Вып. 119. – С. 9–17.

103. Сабурин, Д.С. Применение регуляризованных уравнений мелкой воды к моделированию сейшевых колебаний уровня Азовского моря / Д.С. Сабурин, Т.Г. Елизарова // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29. – № 1. – С. 45–62.

104. Сабурин, Д.С. Численное моделирование сейшевых колебаний в Азовском море с использованием сглаженных уравнений гидродинамики / Д.С. Сабурин, Т.Г. Елизарова // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – 2017. – № 2. – С. 74–81.

105. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 591 с.

106. Стокозов, Н.А. Морфометрические характеристики Севастопольской и Балаклавской бухт // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон

и комплексное использование ресурсов шельфа. – 2010. – Вып. 23. – С. 198–208.

107. Судольский, А.С. Динамические явления в водоемах. – Л.: Гидрометеоздат, 1991. – 262 с.

108. Уилкинсон, Дж. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра / Дж. Уилкинсон, К. Райнш. – М.: Машиностроение, 1976. – 390 с.

109. Филиппов, Ю.Г. Некоторые результаты расчета неустановившихся движений в Азовском море // Труды ГОИН. – 1972. – Вып. 112. – С. 57–64.

110. Филиппов, Ю.Г. Моделирование сейшевых колебаний уровня Азовского моря // Труды Государственного океанографического института. – 2011. – № 213. – С. 146–154.

111. Филиппов, Ю.Г. Свободные колебания уровня Азовского моря // Метеорология и гидрология. – 2012. – № 2. – С. – 78–82.

112. Фомин, В.В. Исследование волн и течений, возникающих под действием ветра в Азовском море / В.В. Фомин, Т.Я. Шульга // Доповіді Національної Академії Наук України. – 2006. – № 12. – С. 110–115.

113. Фомин, В.В. Штормовые нагоны в Таганрогском заливе и затопление дельты Дона / В.В. Фомин, Д.И. Лазоренко, Д.В. Алексеев [и др.] // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовых зон моря. – 2015. – Вып. 1. – С. 74–82.

114. Фомин, В.В. Численное моделирование сейш в Балаклавской бухте / В.В. Фомин, Д.И. Лазоренко, Е.В. Иванча // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – 2017. – № 3. – С. 32–39.

115. Фомин, В.В. Расчет и анализ морских наводнений в дельте р. Дон / В.В.Фомин, Д. В. Алексеев, Е. М. Лемешко [и др.] // Метеорология и гидрология. 2018а. – № 2. – С. – 45–54.

116. Фомин, В.В. Моделирование морских наводнений в дельте реки Кубань / В.В. Фомин, Е. М. Лемешко, Д. И. Лазоренко // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. – 2018b. – Т. 11. – № 1. – С. 52–62.

117. Фомичева, Л.А. Сгонно-нагонные суточные колебания уровня и сейши Черного моря // Вопросы гидрологии южных морей // Труды ГОИН. – 1975. – выпуск 125. – Л.: Гидрометеоиздат. – С. 48–58.

118. Шевченко, Г.В. Резонансные колебания в заливах и бухтах: натурные эксперименты и численное моделирование / Г.В. Шевченко, А.Г. Чернов, П.Д. Ковалев [и др.] // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. – 2010. – № 1(80). – С. 52–62.

119. Шокальский, Ю.М. Океанография.– Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1959. – 284 с.

120. Черкесов, Л.В. Исследование свободных колебаний жидкости в ограниченном морском бассейне / Л.В. Черкесов, Ю.В. Манилюк // Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире: Материалы X международной научно-практической конференции. – С.-Петербург. – 2015а. – С. 24–32.

121. Черкесов, Л.В. Свободные колебания жидкости в ограниченном морском бассейне / Л.В. Черкесов, Ю.В. Манилюк // Экология, экономика, информатика. Сборник статей: в 3 т., том 2: Системный анализ и моделирование экономических и экологических систем. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета. – 2015b. – С. 678–689.

122. Черкесов, Л.В. Волны, течения, сгонно-нагонные процессы и трансформация загрязнений в Азовском море / Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга. – Севастополь: ФГБУН МГИ. 2017а. – 227 с.

123. Черкесов, Л.В. Численный анализ влияния атмосферных фронтов на свободные и вынужденные колебания уровня и течения в Азовском море / Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга // Труды ГОИН. – 2017b. – № 218. – С. 120–136.

124. Черкесов, Л.В. Численное исследование сгонно-нагонных процессов и течений в Азовском море в период экстремальных ветров / Л.В. Черкесов, Т.Я. Шульга, Н.Н. Дьяков [и др.] // Морской гидрофизический журнал. – 2017 с. – №5(197). – С. 3–20.

125. Черкесов, Л.В. Введение в гидродинамику и теорию волн / Л.В. Черкесов, В.А. Иванов В.А., С.М. Хартиев. – Санкт-Петербург.: Гидрометеоздат, 1992. – 264 с.
126. Чехов, В.Н. К оценкам сейш в бухтах Крыма методом конечных элементов / В.Н. Чехов, В.Ф. Лушников // *Динамические системы*. – 2015. – Т. 5(33). – № 1–2. – С. 93–102.
127. *Advances in Hydrosociences* / Ed. Ven Te Chow. New York and London.: Academic Press. – 1972. – Vol. 8. – 359 p.
128. Endros, A. Die Seiches des Schwarzen und Azowischen Meers und dortigen der Gezeiten. – *Annalen Hydrogr. Marit Meteorol.* м 1932. – Bd. 60. – Hft. 11. – S. 442–453.
129. Engel, M. Gydrodinamish – numeri Ermittlung von Bewegungsvorgangen in Schwarzen Meer. – *Mitt. Inst. Meersk. Univ. Humburg.* – 1974. – № 22. – 72 S.
130. Fomin, V.V. Numerical modeling of wind waves in the Black Sea generated by atmospheric cyclones // *Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 899 (2017) 052005. doi: 10.1088/1742-6596/899/5/052005.
131. Gao, J. Numerical study of transient harbor resonance induced by solitary waves / J. Gao, X. Ma, G. Dong [et al.] // *J Engineering for the Maritime Environment*. – 2016. – Vol. 230(1). – PP. 163–176.
132. Kashiya, K. Boundary type finite element modeling of harbor oscillation / K. Kashiya, M. Kawahara // *Finite Elem. Water Res. Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conf. Lisboa, June. 1986.* – PP. 619–628.
133. Krestenitis, Ya. N. Storm surge modeling in the Black sea / Ya. N. Krestenitis, Ya. Androulidakis, K. Kombiadou // *Conference: Protection and restoration of the environment XI. At: Thessaloniki, Greece.* – 2012. DOI: 10.13140/2.1.2163.9042.
134. Lee, J. Wave-induced oscillations in harbors of arbitrary geometry // *J. Fluid Mech.* – 1971. – Vol. 45. – Part 2. – PP. 375–394.
135. Liu, S. Simulation of wave/wind forced harbor oscillations / S. Liu, K. Hon, C. Chang // *Proc. 16th Coast. Eng. Conf.* – 1978. – V. 3. – P.P. 2551–2562.

136. Liu, P. L.-F. Coupling between two inlets Observation and modeling / P. L.-F. Liu, M. Monserrat, M. Macros [et al.] // *J. Geophys. Res.* – 2003. – V. 108. – No C3. – 3069. – PP. 14-1–14-10. doi: 10.1029/2002JC001478.

137. Luettich, R.A. ADCIRC: an advanced three-dimensional circulation model for shelves coasts and estuaries, report 1: theory and methodology of ADCIRC-2DDI and ADCIRC-3DL, Dredging Research Program Technical Report DRP-92-6, U.S. Army Engineers Waterways Experiment Station / R.A. Luettich, J.J. Westerink, N.W. Scheffner. – Vicksburg. – MS. – 1992. – 137 p.

URL: [https://archive.org/details/DTIC\\_ADA261608](https://archive.org/details/DTIC_ADA261608) (date of access: 23.01.2019).

138. Luettich, R.A. Formulation and Numerical Implementation of the 2D/3D ADCIRC / R.A. Luettich, J.J. Westerink. – 2004.

[http://adcirc.org/adcirc\\_theory\\_2004\\_12\\_08.pdf](http://adcirc.org/adcirc_theory_2004_12_08.pdf)

139. Nakano, M. Seiches in bays forming coupled system / M. Nakano, N. Fujimoto // *Journal of the Oceanographical Society of Japan*. – 1987. – V. 43. – PP. 124–134.

140. Papa, L. A numerical computation of seiche oscillations of Ligurian Sea // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* – 1983. V. 75. – №3. – PP. 659–667.

141. Rabinovich, A.B. Seiches and Harbor Oscillations (Chapter 9) // *Handbook of Coastal and Ocean Engineering* / Ed. Y.C. Kim. – Singapoure: World Scientific Publ. – 2009. – PP. 193–236.

142. Rao, D.B. Free gravitational oscillations in rotating rectangular basins // *J. Fluid Mech.* – 1966. – V. 25. – № 3. – PP. 523–525.

143. Wells, D. L. New Empirical Relationships among Magnitude, Rupture Length, Rupture Width, Rupture Area, and Surface Displacement / D. L. Wells, K. J. Coppersmith // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1994. – Vol. 84. – No. 4. – PP. 974–1002.

### Характеристики циклонов над Азово-Черноморским бассейном

В Азово-Черноморском регионе циклоническая деятельность отличается большим разнообразием. Циклоны туда приходят по разным направлениям, кроме восточного [Проект «Моря СССР», т. V, Азовское море. 1991] (Рисунок 41).

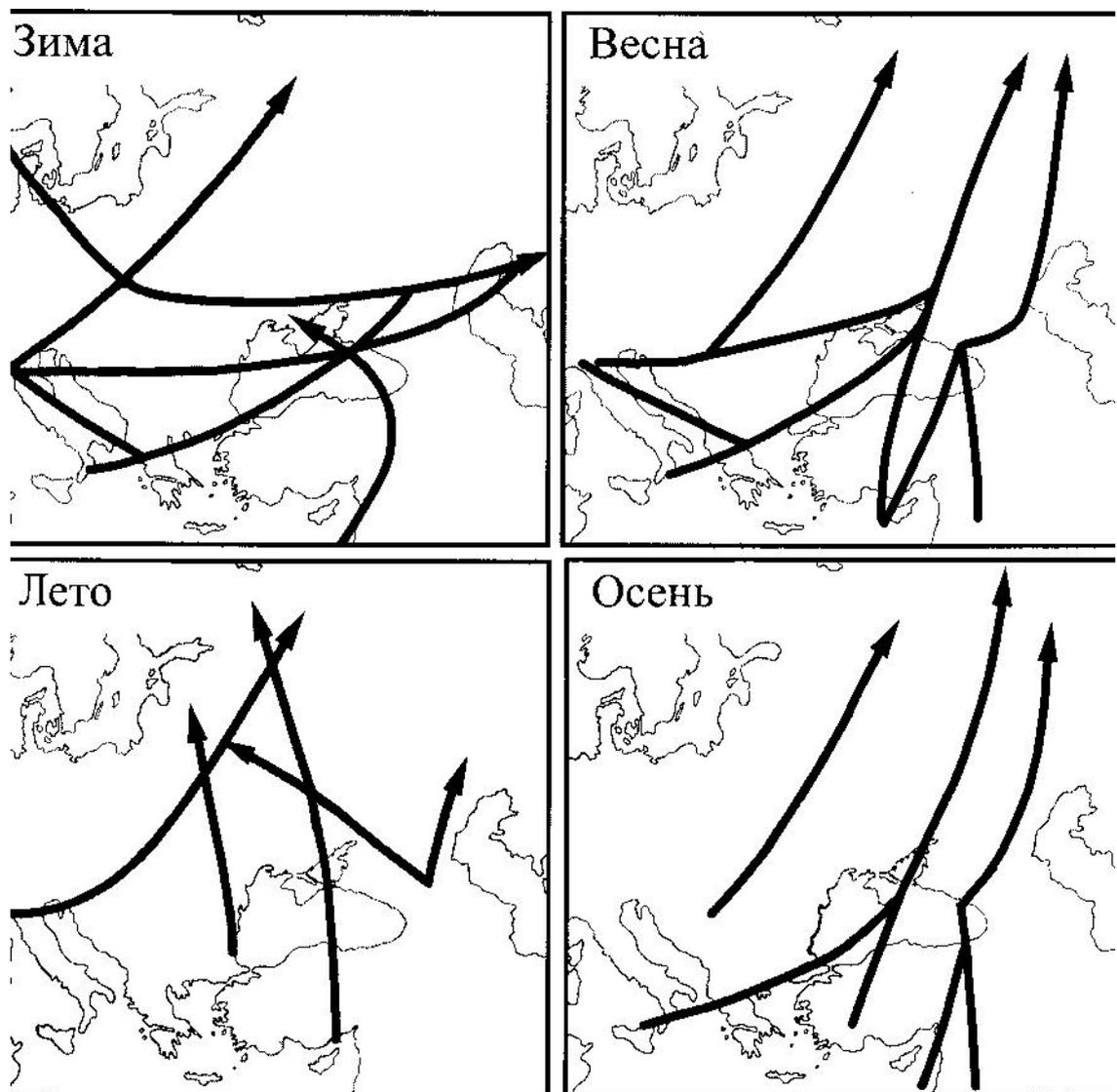


Рисунок 41 – Характерные траектории смещения циклонов [Проект «Моря СССР».... Т. V, 1991]

**Южные циклоны**, образующиеся в районе Средиземного моря, относятся к самым распространенным и продолжительным. Чаще всего они наблюдаются в апреле, а реже всего – в сентябре [Проект «Моря СССР»... . Т. V, 1991].

**Юго-западные циклоны** образуются в районе Среднедунайской и Нижнедунайской низменностей. В теплые сезоны перемещаются одиночные атмосферные образования, а в холодные – серии из 2–3 образований. Траектория каждого последующего циклона смещается к северо-востоку по отношению к траектории предыдущего.

**Северо-западные («ныряющие») циклоны** перемещаются с юга Скандинавского полуострова. Они преобладают зимой и осенью.

**Западные циклоны** приходят из центральных районов Европы, низовьев Дуная и Венгерской низменности. Данные циклоны обычно перемещаются сериями по 3–4 подряд и летом встречаются редко.

**Ультраполярные циклоны** образуются в системе высотного циклона, который находится в восточной или центральной части Европы и перемещается затем на юг или юго-запад [Клімат України, 2003].

**Юго-восточные циклоны** – это местные циклоны, перемещающиеся на восток или южные циклоны, которые изменили свою южную траекторию на восточную. Местные циклоны отмечаются реже и имеют значительно меньшую продолжительность.

Кроме направления смещения циклонические образования характеризуются следующими параметрами: пространственными размерами, скоростью перемещения, глубиной (перепадом давления между периферией и центром барического образования), повторяемостью. В работе [Полонский и др., 2007] установлено, что данные характеристики испытывают не только межсезонные изменения, но также выделяются межгодовые и десятилетние (декадные) вариации, связанные, в частности, с Северо-Атлантическим колебанием (САК). Вследствие этого со второй половины 60-х годов до конца 80-х – середины 90-х годов XX века произошло более чем трехкратное уменьшение повторяемости зимних циклонов. Повторяемость циклонов также значительно снизилась весной и

осенью. В статье [Полонский и др., 2007] также отмечается, что в весенне-зимний период глубина циклонических образований на протяжении 70-х и 80-х годов XX века в целом уменьшилась. Особенно заметно это уменьшение зимой, когда их типичная глубина изменилась от  $\sim 50$  гПа (во второй половине 60-х) до  $\sim 30$  гПа (в середине 90-х). Также имело место заметное уменьшение площади зимних циклонов со второй половины 60-х к середине 90-х годов XX века (от  $\sim 1,25 \cdot 10^6$  км<sup>2</sup> до  $\sim 0,75 \cdot 10^6$  км<sup>2</sup>).

Общие характеристики циклонов за 1952–2000 гг. приведены в Таблице А.1, взятой из статьи [Полонский и др., 2007]. Анализ данной таблицы показывает, что глубины черноморских циклонов лежат в диапазоне 12–16 гПа, а их радиусы могут составлять 300–750 км. Скорости смещения атмосферных возмущений изменяются от 5 до 17 м/с [Гришин и др.; 1991, Клімат України, 2003], а их средние значения равны 11; 10; 7 и 11 м/с соответственно зимой, весной, летом и осенью.

Таблица А.1 – Характеристики циклонов в Азово-Черноморском регионе в 1952–2000 гг. [Полонский и др., 2007]

Параметр	Зима	Весна	Лето	Осень
Средняя глубина (гПа) ± стандартное отклонение	40,3 ± 20,8	25,2 ± 8,1	19,0 ± 6,5	33,2 ± 17,7
Средняя площадь (10 <sup>6</sup> км <sup>2</sup> ) ± стандартное отклонение	1,4 ± 0,65	0,77 ± 0,27	0,45 ± 0,15	0,91 ± 0,48

К возникновению сильных штормов в Черном и Азовском морях приводят два основных типа синоптических ситуаций, связанных с прохождением циклонов [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991] При обоих из них давление в центрах барических образований должно быть ниже 1010 гПа, а в отдельных случаях ниже 1000 гПа.

При первом типе синоптических ситуаций средиземноморские циклоны располагаются над Эгейским морем и западом Малой Азии, а их ложбины вы-

ходят на юго-восток Черного моря [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991]. В случае блокирования их отрогами антициклонов, расположенных над европейской частью России и Западной Европой, над западной частью моря может образовываться зона сильных восточных и северо-восточных ветров. Скорость ветра в ней может превышать 25 м/с.

Синоптические ситуации, принадлежащие ко второму типу, могут формироваться как средиземноморскими циклонами, так и циклонами, траектории которых проходят над Европой [Проект «Моря СССР»... . Т. IV, 1991].